



**HAL**  
open science

# Etude expérimentale et théorique des profils de vagues le long d'une carène.

Frédérique Larrarte

► **To cite this version:**

Frédérique Larrarte. Etude expérimentale et théorique des profils de vagues le long d'une carène.. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole centrale de Nantes; Université de Nantes, 1994. Français. NNT: . tel-04327370

**HAL Id: tel-04327370**

**<https://univ-eiffel.hal.science/tel-04327370>**

Submitted on 6 Dec 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ETUDE EXPERIMENTALE ET THEORIQUE  
DES PROFILS DE VAGUES LE LONG D'UNE CARENE**

**Thèse de DOCTORAT**

Spécialité : Dynamique des fluides et des transferts

ECOLE DOCTORALE  
SCIENCES POUR L'INGENIEUR  
DE NANTES

Présentée et soutenue publiquement par :

**Frédérique LARRARTE**

Le 3 février 1994 à l'Ecole Centrale de Nantes

devant le jury ci-dessous :

- M. Michel Guilbaud	Président, Rapporteur
- M. Dominique Raphaël Rajaona	Rapporteur
- M. Saunder Calisal	Examineur
- M. Stéphane Cordier	Examineur
- M. Gérard Delhommeau	Examineur
- M. Patrice Sulmont	Examineur

**Directeurs de thèse :** Pr Patrice Sulmont et Dr Gérard Delhommeau

Laboratoire de Mécanique des Fluides - Division Hydrodynamique Navale



LISTE DES DIRECTEURS DE RECHERCHE REGULIERS APPARTENANT A UNE EQUIPE D'ACCUEIL OU ASSOCIEE
---

AUTOMATIQUE ET INFORMATIQUE APPLIQUEE :

Y. BIZAIS	MC	Université (Médecine)	Lab. Automatique Nantes
Ph. DE LARMINAT	Pr	Ecole Centrale	"
J. DESCUSSE	DR	CNRS	"
		Ecole Centrale	
C. DONCARLI	Pr	Ecole Centrale	"
JP. ELLOY	MC	"	"
M. GAUTIER	Pr	Université (Sciences)	"
A. GLUMINEAU	MC	Ecole Centrale	"
M. GUGLIELMI	IR	CNRS	"
		Ecole Centrale	
JP. HUMEAU	Pr	Université (IUT St NAZAIRE)	"
W. KHALIL	Pr	Ecole Centrale	"
JF. LAFAY	Pr	"	"
JF. LE CORRE	Pr	"	"
M. MALABRE	CR	CNRS	"
		Ecole Centrale	
C. MOOG	CR	"	"
O. ROUX	MC	Université (Sciences)	"
M. SILLY-CHETTO	MC	Université (IRESTE)	"

DYNAMIQUE DES FLUIDES ET DES TRANSFERTS :

JP. BARDON	Pr	Université (ISITEM)	Lab. Thermocinétique
J. COMITI	Pr	Université (IUT St NAZAIRE)	Lab. Génie des Procédés
F. DANES	Pr	Université (ISITEM)	Lab. Thermocinétique
D. DELAUNAY	DR	"	"
F. DEL REY	MC	Ecole Centrale	Lab. Méca. des Fluides
G. DELHOMMEAU	IR	"	"
L. DOUBLIEZ	Pr	Université (Sciences)	"
Y. JARNY	Pr	Université (ISITEM)	Lab. Thermocinétique
Y. LECOINTE	Pr	"	"
J. LEGRAND	Pr	Université (IUT St NAZAIRE)	Lab. Génie des Procédés

D. MARICHAL	Pr	Ecole Centrale	Lab. Méca. des Fluides
PG. MESTAYER	DR	CNRS	"
		Ecole Centrale	
H. PEERHOSSAINI	Pr	Université	Lab. Thermocinétique
		(ISITEM)	
J. PIQUET	Pr	Ecole Centrale	Lab. Méca. des Fluides
F. QUEMENEUR	Pr	Université	Lab. Génie des Procédés
		(IUT St NAZAIRE)	
C. REY	Pr	Ecole Centrale	Lab. Méca. des Fluides
JM. ROSANT	CR	"	"
P. SULMONT	Pr	"	"
JP. SCHLUMPF	MC	Université	Lab. Génie des Procédés
		(IUT St NAZAIRE)	

GENIE CIVIL :

G. BASTIAN	Pr	Université	Lab. Génie Civil E.C.N.
		(IUT St NAZAIRE)	
A. GROVEL	Pr	Université	
		(Sciences)	
P. JOUVE	Pr	"	
JG. SIEFFERT	Pr	Ecole Centrale	"
P. THOMAS	Pr	Université	"
		(IUT St NAZAIRE)	
J. VILAINE	Pr	Ecole Centrale	"

GENIE MECANIQUE :

C. BURTIN	MC	Ecole Centrale	Lab. Matériaux
P. CHEDMAIL	Pr	"	Lab. Automatique Nantes
CY. CHIEM	Pr	"	Lab. Matériaux
S. DUBIGEON	Pr	"	Lab. Méca. Structures
B. LAMY	Pr	"	Lab. Matériaux
D. LE HOUEDEC	Pr	"	Lab. Méca. Structures
F. LE MAITRE	Pr	"	Lab. Matériaux
S. MARYA	Pr	"	"
A. POTIRON	Pr	ENSAM ANGERS	
B. PESEUX	Pr	Ecole Centrale	Lab. Méca. Structures
J. ROYER	Pr	"	"
P. VAUSSY	Pr	"	"
C. WIELGOSZ	Pr	Université	"
		(Sciences)	Lab. Méca. Structures ECN

INFORMATIQUE :

P. BAKOWSKI	Pr	Université	Lab. Systèmes Electroniques
		(IRESTE)	et Informatiques
J. BEZIVIN	Pr	Université	Institut de Recherche et
		(Sciences)	d'Informatique de Nantes
H. BRIAND	Pr	Université	"
		(IRESTE)	
JC. DAUBISSE	Pr	Ecole Centrale	"
M. GRIFFITHS	Pr	Université	"
		(Sciences)	

H. HABRIAS	Pr	Université (I.U.T.)	Institut de Recherche et d'Informatique de Nantes
J. HARDOUIN DUPARC	Pr	Université (Sciences)	"
G. JAVEL	Pr	Université (I.U.T.)	
JH. JAYEZ	Pr	"	Institut de Recherche et d'Informatique de Nantes
M. LUCAS	Pr	Ecole Centrale	"

SYSTEMES ELECTRONIQUES ET INFORMATIQUES :

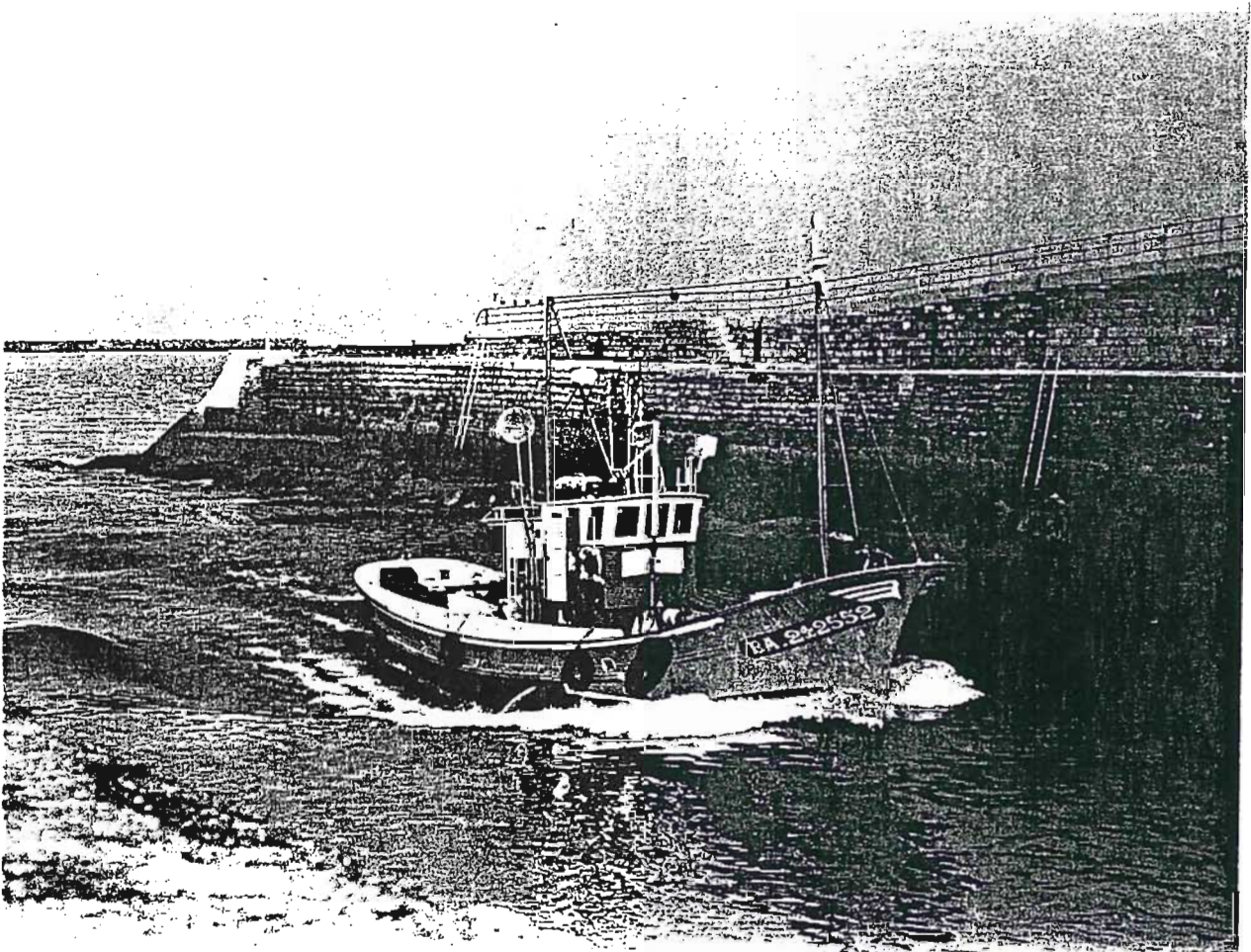
D. BARBA	Pr	Université (IRESTE)	Lab. Systèmes Electroniques et Informatiques
JP. CALVEZ	Pr	"	
JL. COCQUERELLE	Pr	"	Lab. Recherche Electrotechnique et Electronique de Puissance
M. FELIACHI		Université (I.U.T. St NAZAIRE)	Lab. Systèmes Electroniques et Informatiques
T. RAZBAN	Pr	"	Lab. Systèmes Electroniques et Informatiques
B. REMAUD	Pr	"	Lab. Physique Nucléaire
J. SAILLARD	Pr	"	Lab. Systèmes Electroniques et Informatiques
G. TURBAN	Pr	"	Lab. Plasma Couches Minces

---



" Batzuetan, biltzen duena doa aurrera, tradizio  
itsasoa pikatuz ontzi branka bat bezala, bere bidean  
segi eta eskuin-eskerran kresala botatuz." \*

Don Jose Miguel de Barandiaran Ayerbe  
(Ethnographe basque 1889 - 1991)



\* Entretiens Barandiaran - Mitxelena - Unanue

Traduction : " Parfois, le chercheur va de l'avant, tranchant une mer de traditions, à la manière d'une étrave (de navire), poursuivant dans sa voie et rejetant à droite et gauche l'écume bouleversée.





## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier le Professeur Patrice Sulmont qui m'a accueillie au Laboratoire de Mécanique des Fluides.

Monsieur Sulmont et Monsieur Gérard Delhommeau ont co-dirigé mes recherches, je les en remercie vivement.

J'exprime mes remerciements au Professeur Michel Guilbaud pour avoir présidé mon jury après avoir eu la tâche d'être rapporteur.

Je remercie également le Professeur Dominique Raphaël Rajaona qui a accepté d'être membre de mon jury et rapporteur.

Le Professeur Saunder Calisal et Monsieur Stéphane Cordier ont accepté d'être membres de mon jury . Qu'ils en soient ici remerciés.

Ce travail s'est fait au sein d'un laboratoire dont je tiens à remercier l'ensemble du personnel. J'exprime tout particulièrement mes remerciements à Alain Clément pour sa patience et son aide lors de mes travaux sur le code CANAL et à messieurs Francis Auger, Paul Boisseleau, Guy Jolivet, Freddy Renaudineau et Edouard Samson pour leur aide lors des essais au bassin des carènes.

Enfin je tiens à préciser que cette thèse n'aurait pas eu lieu sans une allocation de recherche du Ministère de la Recherche et de la Technologie.



## SOMMAIRE

<b>LISTE DES FIGURES ET PHOTOGRAPHIES</b>	<b>5</b>
<b>INTRODUCTION</b>	<b>11</b>
<b>NOTATIONS UTILISEES</b>	<b>13</b>
<b>RELEVES EXPERIMENTAUX DES DEFORMEES DE SURFACE LIBRE</b>	<b>15</b>
1.1 : Choix de la géométrie des modèles.	15
1.2 : Les maquettes.	16
1.3 : Dispositif de mesures des profils de vagues.	17
1.3.1 : Mesures par relevés photographiques.	18
1.3.2 : Relevés par sonde limnimétrique.	18
1.4 : Mesures du champ de vagues.	22
1.4.1 : Mesures du champ proche.	22
1.4.2 : Mesures du champ lointain.	22
<b>ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX</b>	<b>25</b>
2.1 : Profils de vagues expérimentaux le long de la carène	25
2.1.1 : Analyse des relevés photographiques des profils de vagues le long de la carène	25
2.1.2 : Analyse des relevés limnimétriques des profils de vagues le long de la carène pour Maq20	26
2.1.3 : Analyse des profils de vagues le long de la carène de Wigley	32
2.2 : Essais de traction	37
2.2.1 : Rappel du dispositif expérimental.	37
2.2.2 : Résultats.	39

**ETUDE EXPERIMENTALE DE L'INFLUENCE  
DU DIEDRE D'ETRAVE 43**

3.1 :	Aspect de la vague d'étrave vue du quart avant.	43
3.1.1 :	Aspect de la vague d'étrave pour Maq10.	43
3.1.2 :	Aspect de la vague d'étrave pour Maq20.	43
3.1.3 :	Aspect de la vague d'étrave pour Maq30.	43
3.2 :	Aspect de la vague d'étrave vue de dessus.	44
3.2.1 :	Aspect de la vague d'étrave pour Maq20.	44
3.2.2 :	Aspect de la vague d'étrave pour Maq30.	44
3.3 :	Comparaison des hauteurs de vagues d'étrave.	63
3.4 :	Profils de vagues.	63
3.5 :	Essais de traction.	67

**RAPPELS DES THEORIES DE LA RESISTANCE DE VAGUES. 69**

4.1 :	Historique de l'évaluation de la résistance de vagues.	70
4.1.1 :	Première formulation du potentiel pour les carènes minces : les travaux de Michell.	70
4.1.2 :	Théorie du potentiel de Havelock.	70
4.1.3 :	Evolution du modèle de la résistance de vagues.	71
4.2 :	Bases théoriques du modèle tridimensionnel de la résistance de vagues.	72
4.3 :	Simplification du modèle non linéaire.	73
4.3.1 :	Modèles linéarisés.	73
4.3.2 :	Analyse des modèles possibles.	77

**PRESENTATION DES METHODES 2D-1/2. 83**

5.1 :	Méthode linéaire de Calisal et Chan.	83
5.1.1 :	Résolution à chaque pas de temps.	84
5.1.2 :	Schéma global de la méthode.	88
5.2 :	Méthode non linéaire de Clément.	90
5.2.1 :	Ecriture du problème aux limites à l'instant $T_k$ .	91
5.2.2 :	Schéma global de la méthode de résolution.	95

<b>MISE EN OEUVRE DES CODES ET COMPARAISON DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES.</b>	<b>97</b>
6.1 : Applications du code REVA.	97
6.1.1 : Mise en oeuvre du logiciel REVA.	97
6.1.2 : Profils de vagues.	99
6.1.3 : Champ de vagues autour de Maq20.	104
6.1.4 : Calcul des efforts et comparaison avec les essais.	113
6.1.5 : Temps CPU.	115
6.2 : Applications du code CCL.	116
6.2.1 : Mise en oeuvre du logiciel CCL.	116
6.2.2 : Profils de vagues.	117
6.2.3 : Temps CPU.	119
6.3 : Applications du code CANAL2.	119
6.3.1 : Mise en oeuvre du logiciel CANAL2.	119
6.3.2 : Profils de vagues.	120
6.3.3 : Temps CPU.	122
6.4 : Comparaison des profils de vagues le long de la carène.	122
6.4.1 : Profils de vagues le long des maquettes Maq $\alpha$ .	122
6.4.2 : Profils de vagues le long de la carène de Wigley.	128
<b>CONCLUSION</b>	<b>133</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>	<b>135</b>



## LISTE DES FIGURES ET PHOTOGRAPHIES

### Chapitre 1 :

#### RELEVES EXPERIMENTAUX DES DEFORMEES DE SURFACE LIBRE

Figure 1.1 :	Maq $\alpha$ vue du dessus et définition de l'angle $\alpha$ .	16
Figure 1.2 :	La maquette Maq20.	17
Photographie 1.1 :	Vue générale du bassin d'essais.	19
Photographie 1.2 :	Installation expérimentale pour les relevés photographiques.	19
Figure 1.3. :	Schéma du montage pour les mesures de profils et de champ de vagues.	21
Figure 1.4 :	Signal enregistré par la sonde fixée au bord du bassin.	23
Figure 1.5 :	Spectre des fréquences du signal enregistré la figure 1.4	24
Figure 1.6 :	Signal de la figure 1.4 après filtrage.	24

### Chapitre 2 :

#### ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Figure 2.1a :	Profils adimensionnels relevés sur les photographies pour Maq10.	27
Figure 2.1b :	Profils adimensionnels relevés sur les photographies pour Maq20.	27
Figure 2.1c :	Profils adimensionnels relevés sur les photographies pour Maq30.	28
Figure 2.2a :	Détail des profils adimensionnels relevés sur les photographies pour Maq10.	28
Figure 2.2b :	Détail des profils adimensionnels relevés sur les photographies pour Maq20.	29
Figure 2.2c :	Détail des profils adimensionnels relevés sur les photographies pour Maq30.	29
Figure 2.3 :	Profils adimensionnels relevés au moyen de la sonde limnimétrique pour Maq20.	30
Figure 2.4 :	Comparaison des profils adimensionnels mesurés sur les photographies et au moyen de la sonde limnimétrique pour Maq20 à $F_n = 0.203$	30
Figure 2.5 :	Comparaison des profils adimensionnels mesurés	



	sur les photographies et au moyen de la sonde limnimétrique pour Maq20 à $Fn = 0.250$	31
Figure 2.6 :	Comparaison des profils adimensionnels mesurés sur les photographies et au moyen de la sonde limnimétrique pour Maq20 à $Fn = 0.297$	31
Figure 2.7 :	Comparaison des profils adimensionnels mesurés sur les photographies et au moyen de la sonde limnimétrique pour Maq20 à $Fn = 0.344$	32
Figure 2.8:	La carène de Wigley.	33
Figure 2.9 :	Profils adimensionnels relevés à l'Université de Tokyo pour une carène de Wigley.	34
Figure 2.10 :	Détail des profils adimensionnels relevés à l'Université de Tokyo pour une carène de Wigley.	34
Figure 2.11 :	Comparaison des profils adimensionnels mesurés au SRI et à l'Université de Tokyo pour une carène de Wigley à $Fn = 0.250$	35
Figure 2.12 :	Comparaison des profils adimensionnels mesurés au SRI et à l'Université de Tokyo pour une carène de Wigley à $Fn = 0.267$	35
Figure 2.13 :	Comparaison des profils adimensionnels mesurés au SRI et à l'Université de Tokyo pour une carène de Wigley à $Fn = 0.289$	36
Figure 2.14 :	Comparaison des profils adimensionnels mesurés au SRI et à l'Université de Tokyo pour une carène de Wigley à $Fn = 0.316$	36
Figure 2.15. :	Schéma du montage utilisé pour les essais de traction droite.	37
Figure 2.16 :	Coefficient $C_T$ en fonction du nombre de Froude pour Maq20 et Maq30.	40
Figure 2.17 :	Coefficient $C_{f0}$ en fonction du nombre de Reynolds pour Maq20 et Maq30.	40
Figure 2.18 :	Détermination graphique du facteur de forme pour Maq20 et Maq30.	42
Figure 2.19 :	Coefficient $C_W$ en fonction du nombre de Froude pour Maq20 et Maq30.	42

Chapitre 3 :

**ETUDE EXPERIMENTALE DE L'INFLUENCE DU DIEDRE D'ETRAVE**

Photographie 3.1 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq10 à $F_n = 0.250$	45
Photographie 3.2 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq10 à $F_n = 0.297$	45
Photographie 3.3 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq10 à $F_n = 0.344$	47
Photographie 3.4 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq10 à $F_n = 0.391$	47
Photographie 3.5 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à $F_n = 0.250$	49
Photographie 3.6 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à $F_n = 0.297$	49
Photographie 3.7 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à $F_n = 0.344$	51
Photographie 3.8 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à $F_n = 0.391$	51
Photographie 3.9 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à $F_n = 0.250$	53
Photographie 3.10 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à $F_n = 0.297$	53
Photographie 3.11 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à $F_n = 0.344$	55
Photographie 3.12 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à $F_n = 0.391$	55
Photographie 3.13 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à $F_n = 0.250$	57
Photographie 3.14 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à $F_n = 0.344$	57
Photographie 3.15 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à $F_n = 0.417$	59
Photographie 3.16 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à $F_n = 0.250$	59
Photographie 3.17 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à $F_n = 0.344$	61
Photographie 3.18 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à $F_n = 0.417$	61
Figure 3.1 : Comparaison des hauteurs de vagues d'étrave	

	en fonction de l'angle du dièdre.	63
Figure 3.2 :	Comparaison des profils de vagues à $F_n = 0.203$	64
Figure 3.3 :	Comparaison des profils de vagues à $F_n = 0.250$	64
Figure 3.4 :	Comparaison des profils de vagues à $F_n = 0.297$	65
Figure 3.5 :	Comparaison des profils de vagues à $F_n = 0.344$	65
Figure 3.6 :	Comparaison des profils de vagues à $F_n = 0.391$	66
Figure 3.7 :	Comparaison des profils de vagues à $F_n = 0.417$	66
Figure 3.8 :	Comparaison des $C_T$ en fonction de l'angle du dièdre.	68
Figure 3.9 :	Comparaison des $C_w$ en fonction de l'angle du dièdre.	68
 Chapitre 4 :		
<b>RAPPELS DES THEORIES DE LA RESISTANCE DE VAGUES.</b>		
Figure 4.1 :	Schéma de la carène avec vitesse d'avance.	69
 Chapitre 5 :		
<b>PRESENTATION DES METHODES 2D-1/2.</b>		
Figure 5.1 :	Schéma de la carène avec vitesse d'avance.	83
Figure 5.2 :	Domaine D et son symétrique $\bar{D}$ par rapport au fond plan F pour le code CCL	86
Figure 5.3 :	Schéma de la méthode de résolution pour le modèle linéaire de Calisal et Chan.	89
Figure 5.4. :	Domaine D et son symétrique par rapport au fond plan pour le code non linéaire CANAL2.	91
Figure 5.5 :	Discretisation du domaine fluide dans la configuration où la carène flotte au milieu du bassin.	93
Figure 5.6 :	Schéma de la méthode de résolution pour le modèle non linéaire de Clément.	96

Chapitre 6 :

**MISE EN OEUVRE DES CODES ET COMPARAISON  
DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES.**

Figure 6.1a :	Les profils adimensionnels calculés par le code REVA pour Maq10.	99
Figure 6.1b :	Les profils adimensionnels calculés par le code REVA pour Maq20.	100
Figure 6.1c :	Les profils adimensionnels calculés par le code REVA pour Maq30.	100
Figure 6.2a :	Détail des profils adimensionnels calculés par le code REVA pour Maq10.	101
Figure 6.2b :	Détail des profils adimensionnels calculés par le code REVA pour Maq20.	101
Figure 6.2c :	Détail des profils adimensionnels calculés par le code REVA pour Maq30.	102
Figure 6.3 :	Les profils adimensionnels calculés par le code REVA pour la carène de Wigley.	103
Figure 6.4 :	Détail des profils adimensionnels calculés par le code REVA pour la carène de Wigley.	103
Figure 6.5 :	Le champ de vagues mesuré autour de Maq20 à $F_n = 0.250$	105
Figure 6.6 :	Détail du champ de vagues mesuré autour de Maq20 à $F_n = 0.250$	107
Figure 6.7 :	Détail du champ de vagues calculé par REVA autour de Maq20 à $F_n = 0.250$	109
Figure 6.8 :	Comparaison des champs de vagues au voisinage de la maquette Maq20	111
Figure 6.9 :	Les coefficients de résistance de vagues calculés par REVA pour Maq20.	113
Figure 6.10 :	Les coefficients de résistance de vagues calculés par REVA pour Maq30.	114
Figure 6.11 :	Comparaison des $C_w$ pour Maq20.	114
Figure 6.12 :	Comparaison des $C_w$ pour Maq30.	115
Figure 6.13 :	Influence de la définition du maillage	116
Figure 6.14 :	Influence du nombre de couples	117
Figure 6.15 :	Les profils adimensionnels calculés par le code CCL pour Maq20.	118
Figure 6.16 :	Les profils adimensionnels calculés par le code CCL pour la carène de Wigley.	118

Figure 6.17 :	Les profils adimensionnels calculés par le code CANAL2 pour Maq20.	121
Figure 6.18 :	Les profils adimensionnels calculés par le code CANAL2 pour la carène de Wigley.	121
Figure 6.19 :	Comparaison des profils adimensionnels pour Maq10 à $F_n = 0.250$ .	123
Figure 6.20 :	Comparaison des profils adimensionnels pour Maq10 à $F_n = 0.344$ .	123
Figure 6.21 :	Comparaison des profils adimensionnels pour Maq10 à $F_n = 0.417$ .	124
Figure 6.22 :	Comparaison des profils adimensionnels pour Maq20 à $F_n = 0.250$ .	124
Figure 6.23 :	Comparaison des profils adimensionnels pour Maq20 à $F_n = 0.344$ .	125
Figure 6.24 :	Comparaison des profils adimensionnels pour Maq20 à $F_n = 0.417$ .	125
Figure 6.25 :	Comparaison des profils adimensionnels pour Maq30 à $F_n = 0.250$ .	126
Figure 6.26 :	Comparaison des profils adimensionnels pour Maq30 à $F_n = 0.344$ .	126
Figure 6.27 :	Comparaison des profils adimensionnels pour Maq30 à $F_n = 0.417$ .	127
Figure 6.28 :	Comparaison des hauteurs maximales adimensionnelles pour Maq20.	127
Figure 6.29 :	Comparaison des profils adimensionnels pour la carène de Wigley à $F_n = 0.250$ .	129
Figure 6.30 :	Comparaison des profils adimensionnels pour la carène de Wigley à $F_n = 0.289$ .	129
Figure 6.31 :	Comparaison des profils adimensionnels pour la carène de Wigley à $F_n = 0.354$ .	130
Figure 6.32 :	Comparaison des profils adimensionnels pour la carène de Wigley à $F_n = 0.408$ .	130
Figure 6.33 :	Comparaison des hauteurs maximales adimensionnelles pour la carène de Wigley.	131

## INTRODUCTION

Les phénomènes de surface libre autour d'une carène avançant à vitesse constante en eau calme sont complexes et dépendent entre autres des effets de gravité, de viscosité, de la vitesse d'avance, de la forme de la maquette...

Nous allons présenter une étude numérique et expérimentale du rôle de certains paramètres régissant l'écoulement en nous attachant plus particulièrement à ceux concernant le voisinage de l'étrave.

L'étude bibliographique montre que ce domaine d'étude est très riche avec de nombreux travaux sur les effets de viscosité, sur le rôle de la tension superficielle comme ceux effectués par exemple par Kayo [26] à [30], Huang et Von Kerzcek [24], Maruo [33], Takekuma [51], [52].

Les études sur l'écoulement autour des étraves sont également nombreuses avec en particulier les travaux de Miyata sur les ondes de choc de surface libre (free surface shock waves) et les formes d'étraves [36], [37], [38], [42], [49], [52].

Les approches numériques sont également multiples avec la prise en compte des équations de Navier-Stokes dans les méthodes de type TUMMAC développées par Miyata et son équipe [22], [35], [38], [39], [40], [41], [42], les codes basés sur les travaux de Havelock [6], [12], [15], [50], [52], de Gadd [18] et Dawson [11], [13], [34].

A ceci il convient d'ajouter les contributions qui ne se rattachent à aucun de ces grands groupes mais apportent néanmoins des points de vues intéressants telles par exemple celle de Grosenbaugh et al [19] et celle de Noblesse et al [47].

Nos travaux expérimentaux ont eu une double finalité. Tout d'abord nous avons mesuré les profils de vagues et les efforts de traction sur trois maquettes paraboliques afin de chercher l'influence du dièdre d'étrave sur ces paramètres. Ces travaux sont à rapprocher de ceux de Miyata.

Ensuite nous avons cherché à créer des fichiers de données qui nous ont servi de référence pour qualifier les résultats numériques des deux codes de calculs sur lesquels nous avons travaillé ainsi que ceux du code REVA que nous avons utilisé.

Notre étude numérique a pris comme point de départ les hypothèses d'Ogilvie [49] sur les ordres de grandeurs au voisinage de l'étrave. Suite à ces travaux de nombreux

auteurs dont Calisal et Chan [7], [8], Clément [10], Fritts et al [16], Hirata [24] ont proposé des développements. Nous avons créé un code de calcul dont l'algorithme reprend la modélisation linéaire de Calisal et Chan et essayé de modifier le code de Clément pour étudier les profils de vagues le long d'une carène.

Nous avons par ailleurs utilisé le code tridimensionnel de calcul REVA [11], [13] mis au point au Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'Ecole Centrale de Nantes.

Après la présentation, dans le premier chapitre, des moyens mis en oeuvre lors des essais nous verrons aux chapitres 2 et 3 les résultats expérimentaux.

Nous étudierons au chapitre 4 l'historique des travaux numériques de calcul de la résistance de vagues avant de développer une étude des ordres de grandeur.

Nous détaillerons ensuite les deux méthodes bidimensionnelles instationnaires qui ont servi de support aux deux codes auxquels nous avons travaillé. Pour finir nous comparerons nos résultats expérimentaux et numériques.

## NOTATIONS UTILISEES

### La coque.

$\alpha$	angle entre la tangente à l'étrave et l'axe longitudinal de la carène
B	le bau maximal
T	le tirant d'eau de la carène (constant pour les carènes étudiées)
L	la longueur à la flottaison de la carène
Maq10	maquette pour laquelle $\alpha = 10$ degrés
Maq20	maquette pour laquelle $\alpha = 20$ degrés
Maq30	maquette pour laquelle $\alpha = 30$ degrés
S	la surface mouillée du navire.
U	vitesse d'avance de la coque dans la direction Ox
C	le contour extérieur de la coque
$\varepsilon$	$\varepsilon \ll 1$ , paramètre caractéristique des ordres de grandeur
$y = B(x,z)$	la description géométrique de la carène

### Le domaine de calcul et les fonctions mathématiques .

D	le domaine de calcul
$\bar{D}$	le symétrique de D par rapport au fond plan
$\Delta$	le Laplacien
F	le fond plan du domaine de calcul
g	l'accélération de la pesanteur
$\bar{\text{Grad}} = \bar{\nabla}$	le gradient
h	la hauteur d'eau initiale dans le domaine de calcul
$\bar{n}$	la normale extérieure au domaine fluide
Ox	axe longitudinal de la coque de vecteur directeur $\bar{i}$
Oy	axe transverse de vecteur directeur $\bar{j}$
Oz	axe vertical ascendant de vecteur directeur $\bar{k}$
Oxyz	repère relatif lié à la carène
O	origine du repère lié à la carène
O( $\varepsilon$ )	infinitement petit d'ordre $\varepsilon$
p	la pression atmosphérique, en pratique $p = 0$
$S^+$	la paroi droite du domaine 2D de calcul
$S^-$	la paroi gauche du domaine 2D de calcul
$S^0$	la paroi fictive située en $y = 0$
$S_l$	la surface libre
t	le temps
$\Delta t$	le pas de temps
Tk	le k <sup>ème</sup> pas de temps



**L'écoulement.**

$Fn = \frac{U}{\sqrt{gL}}$	le nombre de Froude défini par rapport à la longueur à la flottaison
$\phi(x,y,z)$	le potentiel tridimensionnel
$\Phi(y,z)$	le potentiel bidimensionnel
$\nu$	la viscosité cinématique du fluide
$Re = \frac{U.L}{\nu}$	le nombre de Reynolds défini par rapport à la longueur à la flottaison
$\rho$	la masse volumique du fluide
$v$	module de la vitesse absolue des particules fluides dans $(x,y,z)$
$\zeta$	l'élévation de surface libre

**Les grandeurs mesurées**

$R_T$	la résistance totale
$R_w$	la résistance de vagues
$R_v$	la résistance visqueuse
$C_T$	coefficient de résistance totale
$C_w$	coefficient de résistance de vagues
$C_v$	coefficient de résistance visqueuse

## CHAPITRE 1.

### RELEVES EXPERIMENTAUX DES DEFORMEES DE SURFACE LIBRE

L'étude expérimentale entreprise a eu comme premier objectif d'analyser l'influence du dièdre d'étrave sur la formation de la vague d'étrave d'une coque aussi simple que possible. Trois types de mesures ont été réalisés :

- des mesures de profils de vagues le long de la carène.
- des mesures de champ de vagues.
- des mesures de résistance à l'avancement.

Le deuxième objectif visé est de qualifier les résultats obtenus par les codes de calcul que nous présentons au chapitre 5.

Après une description des trois maquettes utilisées nous présentons dans ce chapitre les moyens expérimentaux mis en oeuvre pour mesurer les déformées de surface libre. Les résultats seront exposés au cours du chapitre suivant.

Tous nos essais ont été effectués au bassin de traction de l'Ecole Centrale de Nantes. Ce bassin mesure 70 m de long sur 5 m de large et 3,5 m de profondeur (Photo 1.1). Il est équipé d'amortisseurs de houle aux deux extrémités. L'un de ces amortisseurs peut être relevé pour permettre le fonctionnement d'un générateur de houle.

Nos essais ont tous été effectués en eau calme.

#### 1.1 - CHOIX DE LA GEOMETRIE DES MODELES.

Un des buts de notre étude étant de mettre en évidence l'influence de l'angle du dièdre d'étrave, nous avons travaillé avec trois maquettes caractérisées par l'angle de la tangente à l'étrave. Une étude bibliographique a montré que la majorité des travaux sur ce sujet [36], [37], [38], [42], [49], [52], met en oeuvre des étraves en forme de coins.

Deux séries d'essais préliminaires [31] ont été faites avec des coins prolongés par un arrière en forme de parallélépipède rectangle. Ces maquettes, dont la géométrie est simple, peuvent facilement être construites à un moindre coût. Seulement l'étude de l'écoulement est strictement limitée au voisinage de l'étrave car un important tourbillon apparaît à la jonction entre l'étrave et la partie centrale.

Les travaux menés à l'Université de Tokyo par Miyata et son équipe mettent en oeuvre [36], [37], [38], [42] soit des coins courts prolongés par des formes quasiment

paraboliques, soit des profils paraboliques dont seule l'extrême avant est considéré. Ces géométries sont intéressantes car elle permettent d'étudier l'écoulement autour de la maquette et de mesurer les profils, les champs de vagues, les sillages.

Nous avons choisi de travailler avec des géométries inspirées de celle de Miyata.

## 1.2 - LES MAQUETTES.

Les trois modèles amphidromes  $Maq\alpha$  sont définies analytiquement par les équations suivantes :

$$y = -\frac{3}{2L}x^2 \text{Tan}\alpha + x \text{Tan}\alpha \quad x \in \left[0, \frac{L}{3}\right] \quad (1.1a)$$

$$y = \frac{B(\alpha)}{2} = \frac{L}{6} \text{Tan}\alpha \quad x \in \left[\frac{L}{3}, \frac{2L}{3}\right] \quad (1.1b)$$

$$y = -\frac{3}{2L}(L-x)^2 \text{Tan}\alpha + (L-x) \text{Tan}\alpha \quad x \in \left[\frac{2L}{3}, L\right] \quad (1.1c)$$

où  $\alpha$  est l'angle de la tangente à l'étrave (Figure 1.1), L la longueur, et  $B(\alpha) = \frac{L}{3} \text{Tan}\alpha$  le bau maximal.

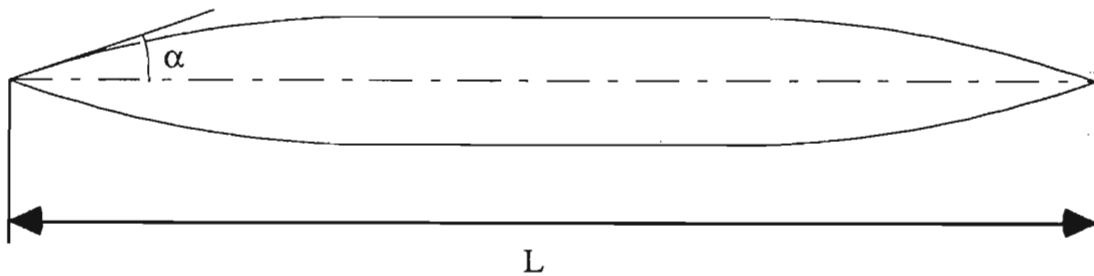


Figure 1.1 :  $Maq\alpha$  vue du dessus et définition de l'angle  $\alpha$

Les maquettes  $Maq10$ ,  $Maq20$  et  $Maq30$  sont caractérisées par leurs angles  $\alpha$  qui valent respectivement 10, 20 et 30 degrés.

Chaque maquette  $Maq\alpha$  est constituée d'une partie avant parabolique de 0,5 m de long, d'une partie centrale rectangulaire de 0,5 m de long et d'une partie arrière parabolique de 0,5 m de long, soit une longueur totale  $L = 1,5$  m. Elle est à section rectangulaire avec un fond plat, un tirant d'eau constant  $T = 0,2$  m et un franc bord de 0,3 m.

Les trois maquettes sont construites en feuilles de contreplaqué de 10 mm d'épaisseur collées entre elles. Les bords de fuite et d'attaque sont en mastic. La finition est

assurée par de la peinture polyuréthane bicomposant. Une bande de sable de 11 mm de large placée à  $x = 20$  cm de l'étrave permet d'obtenir un écoulement turbulent sur la maquette.

La figure 1.2, représentant Maq20, donne une bonne représentation de la géométrie des trois maquettes.

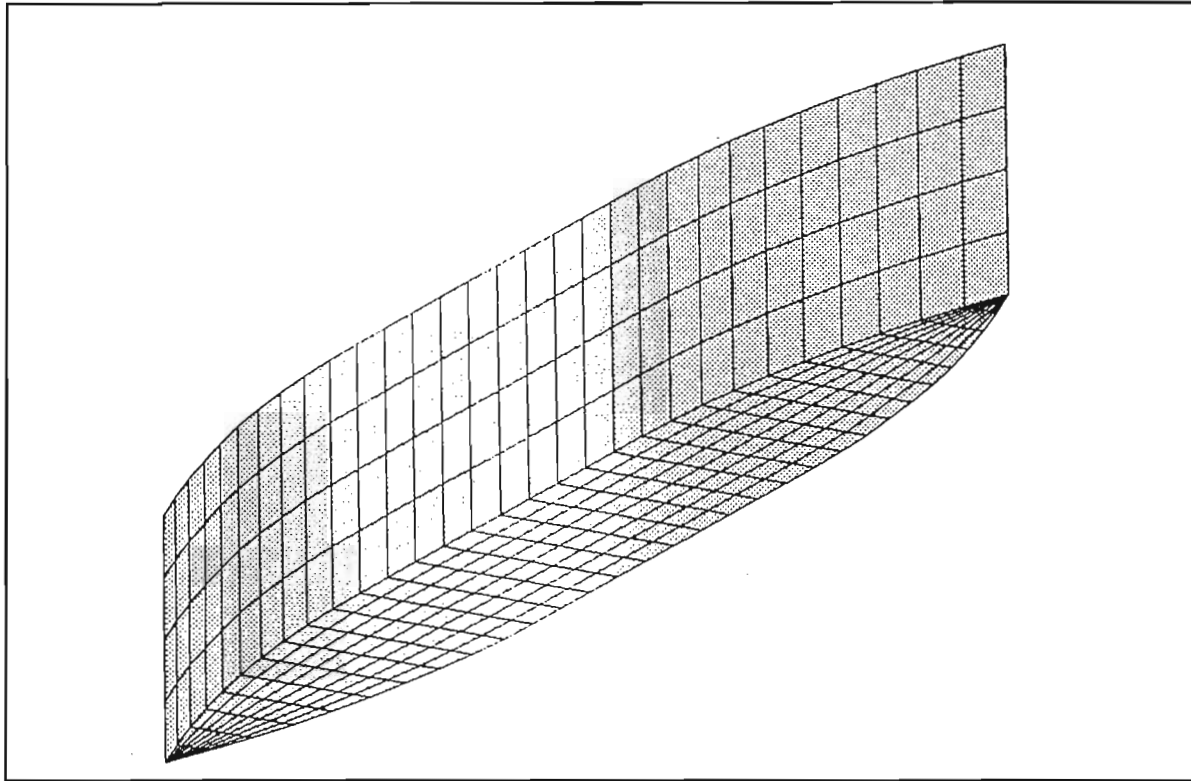


Figure 1.2 : La maquette Maq20.

Les modèles sont fixés par deux colonnes à un bâti rigide qui est lui même solidaire du chariot de traction du bassin des carènes. Le dispositif expérimental maintient tous les degrés de liberté des maquettes bloqués lors des essais.

### 1.3 - DISPOSITIF DE MESURES DES PROFILS DE VAGUES

Le relevé du profil de vagues sur la coque a été fait de deux façons : par relevés photographiques d'une part et par relevés limnimétriques d'autre part.

Pour la détermination de la vague d'étrave une méthode par film vidéo et traitement d'images a été testée puis abandonnée. En effet la détermination précise des déformées de surface libre dans une configuration tridimensionnelle par ce procédé demande un matériel important et des essais préliminaires complexes tant au niveau des contrastes pour le traitement d'images que du positionnement des caméras. La mise en oeuvre viable de cette

méthode aurait nécessité un important travail dont l'aspect vidéographique nous aurait entraîné trop loin de notre sujet.

C'est cependant une voie de recherche à ne pas négliger dans la mesure où les essais en bassin donnent souvent lieu à la réalisation de films vidéo qui, exploités avec un logiciel de traitement d'images, peuvent permettre des mesures qualitatives du champ de vagues.

### **1.3.1 - Mesures par relevés photographiques.**

Lors d'une première série d'essais nous avons effectué des photographies de la ligne de flottaison en fixant un appareil sous le chariot du bassin de traction (Photo. 1.2.) perpendiculairement à l'axe longitudinal de la maquette sur laquelle un quadrillage a été tracé.

Cette méthode est assez simple puisqu'il suffit de positionner l'appareil photographique de telle sorte que les vagues qui se forment le long de la maquette soient dans son champ de vision. Un quadrillage tracé sur la maquette permet d'établir le facteur d'échelle entre les longueurs sur les photographies et les dimensions réelles. Cette technique, assez facile de mise en oeuvre, permet de relever un profil complet par traction. Le nombre de passages sur le bassin des carènes est ainsi limité.

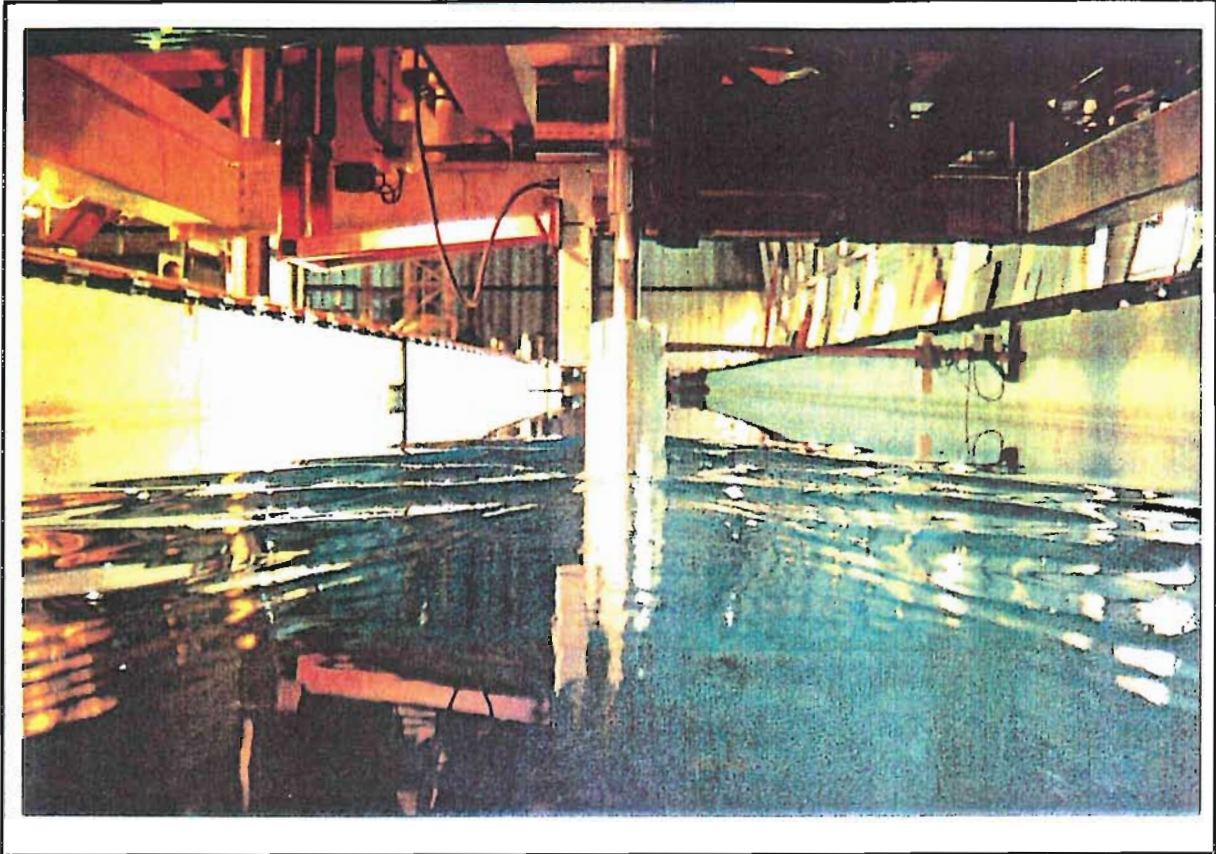
L'exploitation consiste à relever sur les photographies les profils de vagues au moyen d'une table à digitaliser. La précision est évidemment fonction de la qualité des photographies. Un soin particulier a été apporté pour éviter un manque de netteté ou de contraste qui diminue fortement la qualité des résultats. Malgré ces précautions les relevés photographiques ne donnent qu'une image plane d'une figure tridimensionnelle. Il demeure une certaine ambiguïté quant à la position latérale des vagues par rapport à la maquette.

Cette méthode a été utilisée pour les trois maquettes et pour des nombres de Froude de 0.203, 0.250, 0.297, 0.344, 0.391 et 0.417.

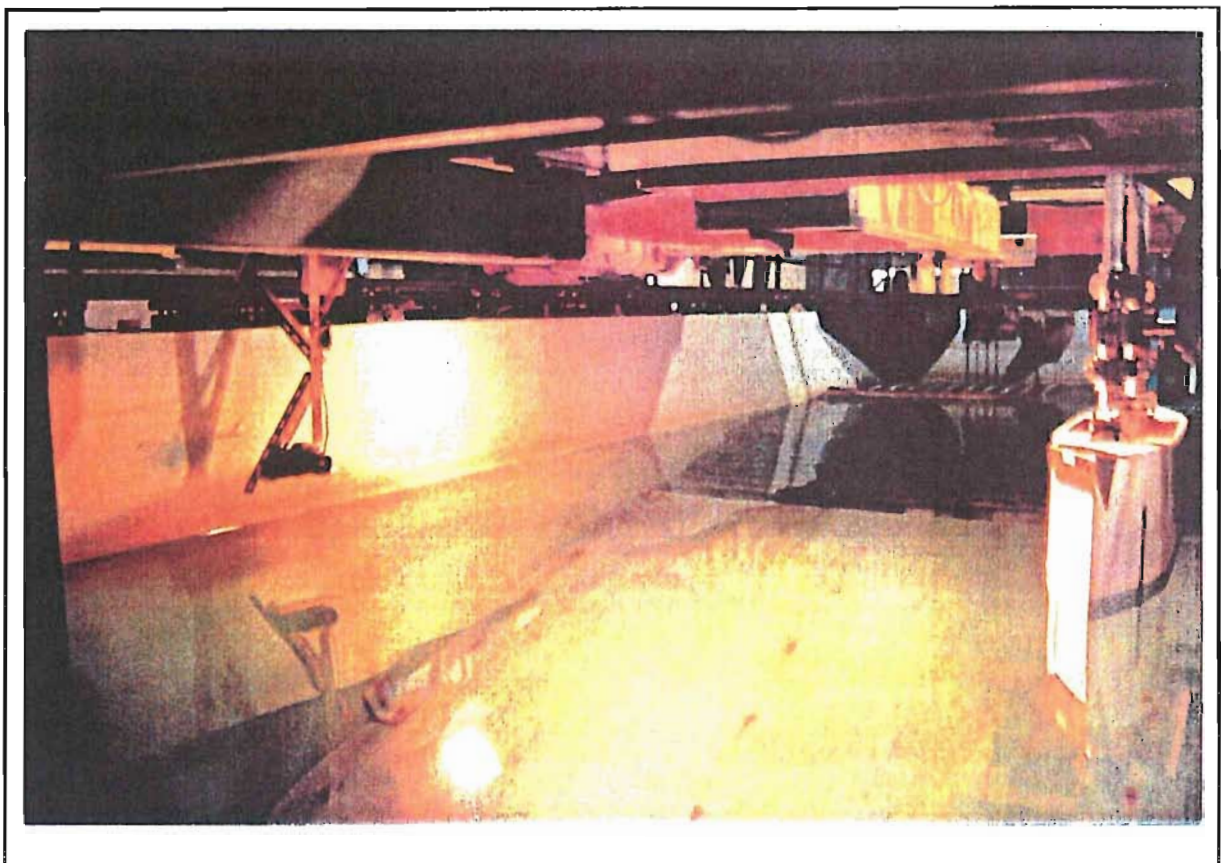
### **1.3.2 - Relevés par sonde limnimétrique.**

L'une des limites de la méthode précédente réside dans le fait qu'il n'est pas possible de disposer d'informations sur la position du profil relevé par rapport à l'axe longitudinal de la maquette (parallélisme, distance,...). Pour obtenir ces renseignements nous avons donc effectué des mesures par sonde dont la position est connue dans les trois directions.

Les relevés par sonde limnimétrique déplacée grâce à un chariot asservi, qui est piloté par un ordinateur, sont d'une mise en oeuvre assez délicate et longue puisque les sondes sont très sensibles au retour au calme de la surface libre entre deux passages et que trois points de mesures peuvent, au mieux, être relevés par traction. Il faut compter au moins 80 points de mesures pour obtenir un profil suffisamment fin. En outre, quelques précautions doivent être prises pour permettre à la sonde de suivre des variations rapides de la hauteur d'eau en particulier au passage du front de vague d'étrave.



Photographie 1.1 : Vue générale du bassin d'essais.



Photographie 1.2 : Installation expérimentale pour les relévés photographiques.



L'utilisation du chariot asservi (x,y) permet de connaître avec une précision théorique du dixième de millimètre la position du bras porte-sonde. Nous estimons l'incertitude sur la position de la sonde dans le plan (x,y) à 0,5 mm compte tenu des jeux intermédiaires entre le bras et la sonde. Cette dernière peut-être amenée à 5 millimètres du bordé de la maquette (Fig.1.3). Le profil est obtenu en relevant les hauteurs de vagues à 5 mm du bordé tout au long de la maquette.

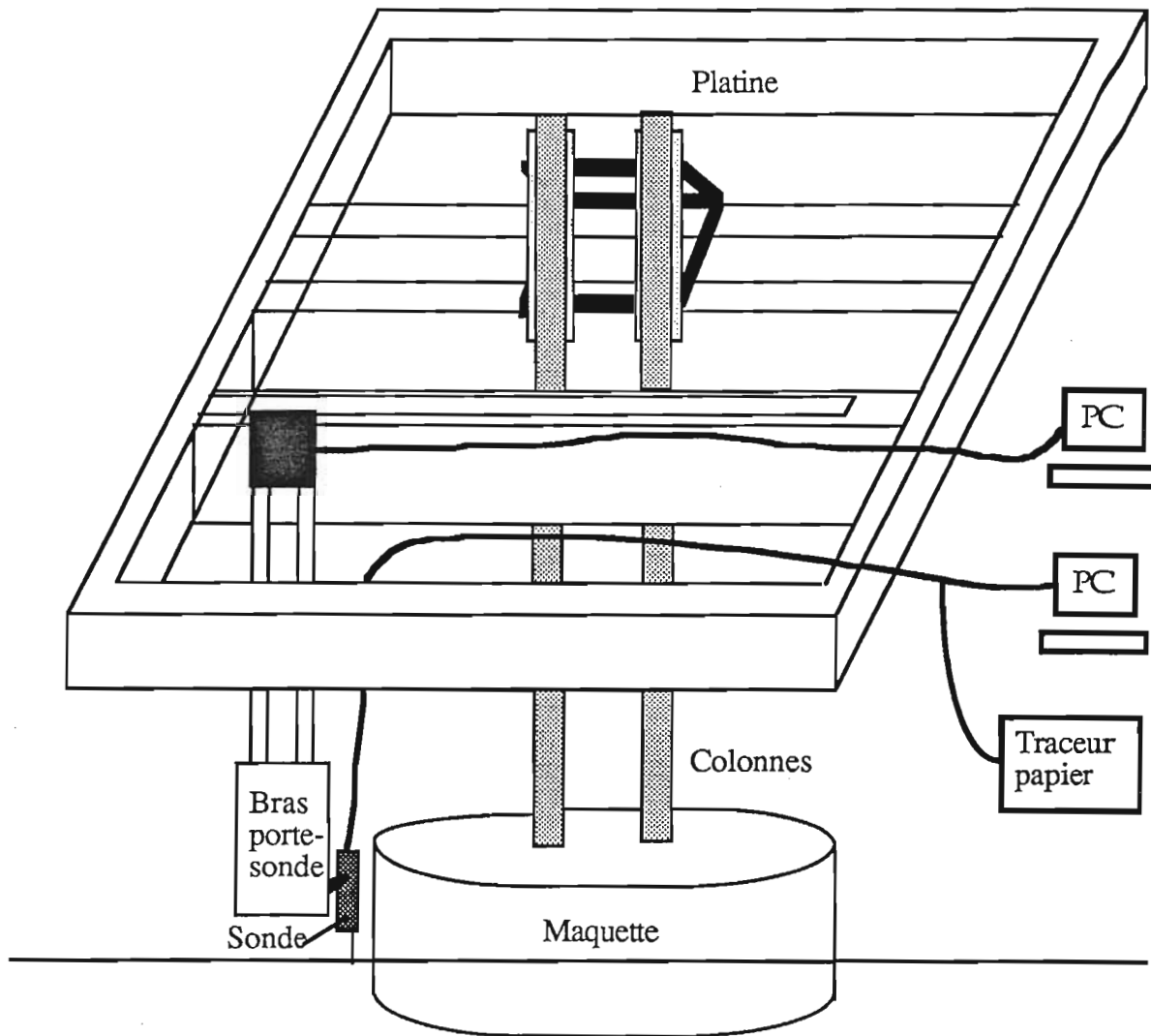


Figure 1.3. : Schéma du montage pour les mesures de profils et de champ de vagues.

Les sondes, de type SW301, commercialisées par la société japonaise Kenek, sont utilisées pour les mesures limnimétriques. Chaque sonde est constituée d'un boîtier porte-tige et d'un boîtier de traitement du signal. Le déplacement de la pointe en platine vissée au bout de la tige est asservi pour suivre le mouvement de la surface libre en l'effleurant. Le boîtier de traitement du signal reçoit le signal issu du boîtier porte-tige et restitue une tension en sortie.



L'étalonnage statique et dynamique, menée par la société SIREHNA de Nantes, a permis de préciser certaines limites dans l'utilisation de ces sondes, notamment au niveau de la vitesse de déplacement [14].

Les tensions en sorties de la sonde sont enregistrées en parallèle par un traceur papier et un micro-ordinateur Amstrad. Le logiciel Labtech Notebook est utilisé lors de l'acquisition.

Le signal enregistré par la sonde est filtré au niveau minimal de l'enregistreur papier. Le zéro est acquis à l'arrêt puis les tensions sont enregistrées au point de mesure choisi. Le programme de dépouillement calcule la tension moyenne et l'écart type en chaque point. La compilation des résultats obtenus traction après traction permet de relever le profil de vagues entier créé par la maquette.

## **1.4 - MESURES DU CHAMP DE VAGUES**

Comme pour l'acquisition des profils de vagues, les mesures de champ proche sont très longues du fait de la méthode discrète d'acquisition des données. Nous n'avons donc choisi de vérifier les capacités et de mettre en évidence les limites de notre technique de mesure du champ de vagues qu'autour de la maquette Maq20 avançant à 0.96 m/s soit pour un Froude de 0.25.

### **1.4.1 - Mesures du champ proche.**

Les mesures du champ proche de la carène se font avec la sonde à pointe asservie fixée à la platine du chariot. Les difficultés opératoires sont les mêmes que celles rencontrées précédemment pour les relevés de profils de vagues le long de la carène.

Pour le champ proche le montage limite les relevés à une zone couvrant toute la longueur de la maquette plus 5 cm au delà des extrémités longitudinales. Cela permet des mesures en arrière du maître couple et dans le proche sillage. Toutefois il n'est pas possible d'obtenir l'intégralité du développement de la vague d'étrave en avant de la maquette.

L'acquisition des données s'effectue comme ci-dessus (Fig.1.3).

### **1.4.2 - Mesures du champ lointain.**

La détermination du champ lointain peut être obtenue facilement grâce à une sonde liée à la berge (Photo 1.2) et non plus fixée au chariot comme cela est nécessaire pour le champ proche. Des coupes parallèles à l'axe longitudinal de la maquette sont obtenues par une sonde asservie fixée à un bras de 2,2 m de long placé perpendiculairement à l'axe longitudinal du bassin [17]. A chaque passage, l'acquisition des hauteurs de vagues données par la sonde

est faite en continu. Cette technique d'essai permet des mesures des hauteurs de vagues dans des zones non limitées en amont ou en aval, mais situées en dehors de la trajectoire de la maquette.

Les tensions en sorties de la sonde sont enregistrées en parallèle par un traceur papier (Fig.1.4) et un micro-ordinateur. Le signal délivré par la sonde est perturbé par les vibrations de la sonde. Ces vibrations sont dues au système d'asservissement permettant à la pointe de suivre la surface libre. Une réduction de leur amplitude diminue la sensibilité de la sonde. Il est donc préférable de conserver un certain niveau de vibrations et de filtrer le signal reçu. La figure 1.4 illustre un signal enregistré par la sonde fixée au bord du bassin. Le spectre du signal délivré par la sonde montre les perturbations dues à la sonde, pic autour de 15 Hz. Un filtre passe-bande sur la F.F.T. du signal délivré par la sonde (Fig.1.5) permet d'éliminer les perturbations dues à la sonde (Figure 1.6).

Il existe une certaine différence entre les mesures de champ proche et celles de champ lointain. Les premières correspondant à des acquisitions en un point donné obtenues en moyennant des tensions acquises pendant 2 s alors que les secondes sont des acquisitions continues qui représentent une coupe longitudinale non moyennée. Nous verrons au prochain chapitre que ces deux séries d'acquisitions sont cependant compatibles lorsque l'on passe du champ proche au champ lointain.

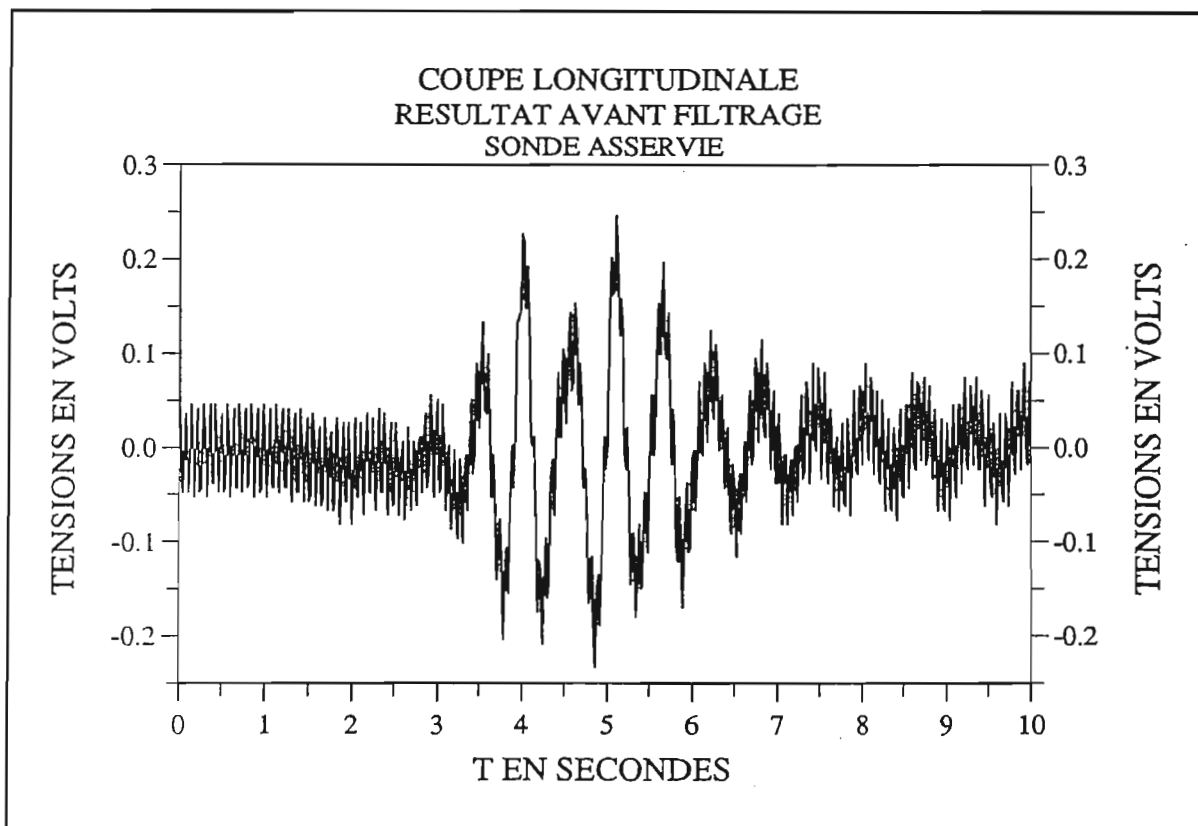


Figure 1.4 : signal enregistré par la sonde fixée au bord du bassin

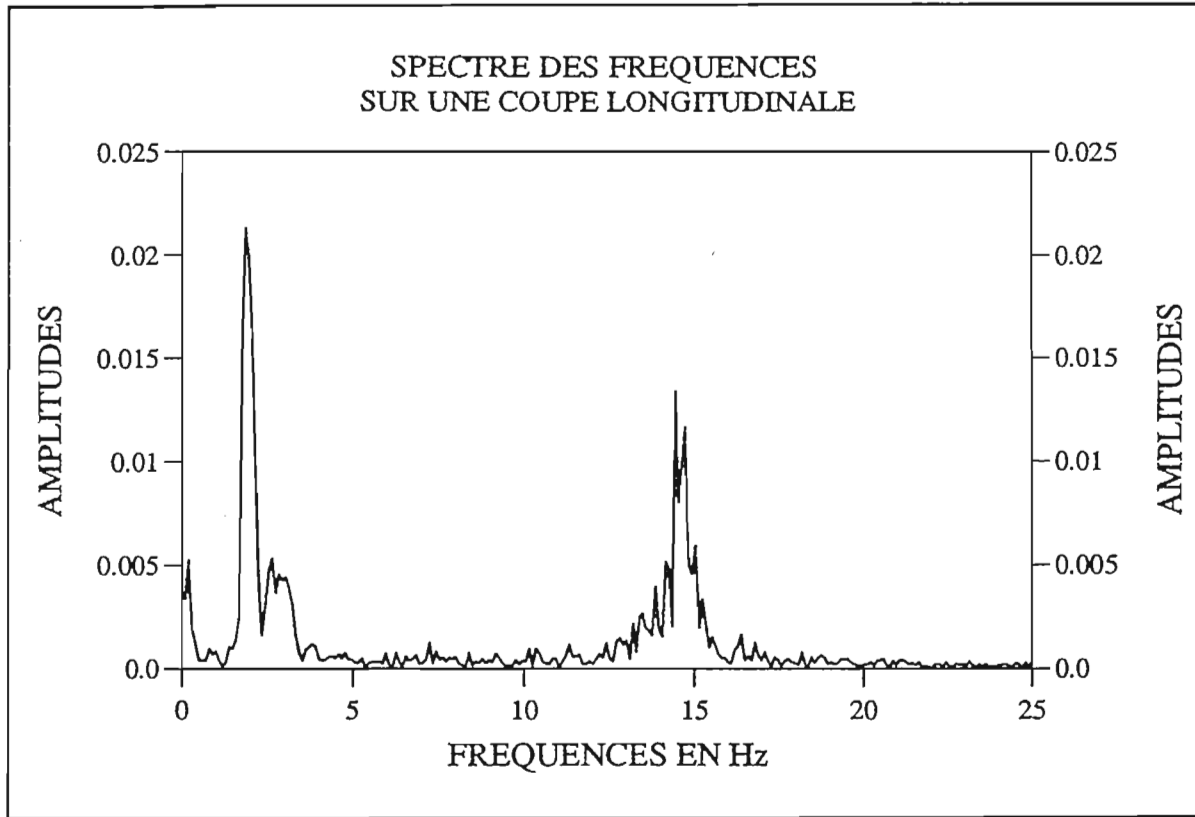


Figure 1.5 : spectre des fréquences du signal enregistré à la figure 1.4

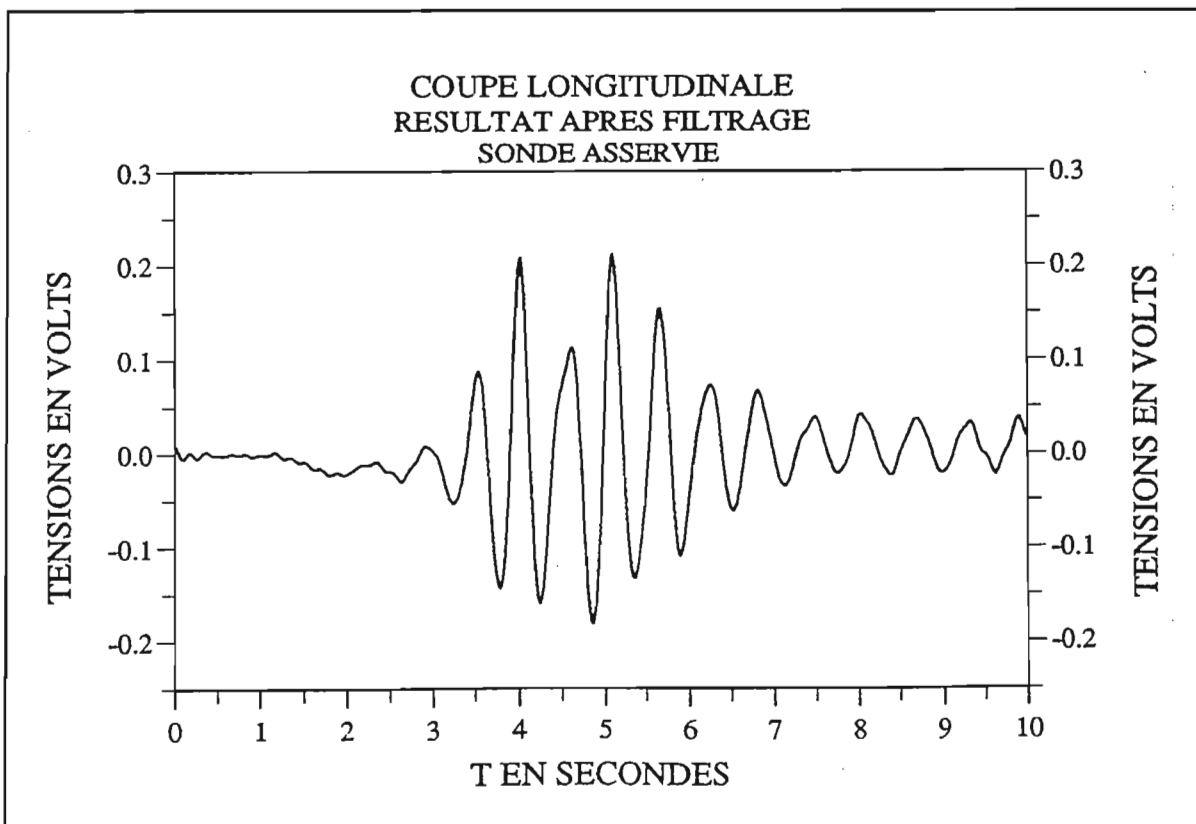


Figure 1.6 : signal de la figure 1.4 après filtrage

## CHAPITRE 2.

### ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX.

Au cours du chapitre 1 les trois maquettes amphidromes  $Maq\alpha$  utilisées tout au long de nos travaux ont été décrites. Ensuite les moyens expérimentaux mis en oeuvre pour les mesures de profils et du champ de vagues générés par nos modèles ont été présentés.

Les profils de vagues obtenus lors de ces essais sont exposés dans ce chapitre ainsi que les résultats des essais de traction droite. La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux sera faite au chapitre 6.

#### 2.1 - PROFILS DE VAGUES EXPERIMENTAUX LE LONG DE LA CARENE.

Pour les trois maquettes les profils de vagues ont été mesurés sur des photographies. Pour  $Maq20$  les profils ont de plus été relevés au moyen d'une sonde asservie en déplacement.

##### 2.1.1 - Analyse des relevés photographiques des profils de vagues le long de la carène.

Pour les maquettes amphidromes  $Maq\alpha$  nous avons choisi de travailler avec six nombres de Froude compris dans l'intervalle  $0.203 \leq Fn \leq 0.417$ . Le tableau 2.1 donne la gamme de nombres de Froude choisis et les vitesses correspondantes pour une carène de 1.5 m de long.

Froude	0.203	0.250	0.297	0.344	0.391	0.417
V en m/s	0.78	0.96	1.14	1.32	1.50	1.60

Tableau 2.1 : les nombres de Froude et les vitesses d'avance pour les photos.

Les figures 2.1a,b,c montrent que la vague d'étrave recule et que la hauteur augmente avec la vitesse d'avance,  $x = 0$  correspond à l'étrave,  $x = L$  correspond à l'arrière. La hauteur de la seconde crête croît jusqu'à  $Fn = 0.297$  et décroît ensuite pour  $Maq10$  et  $Maq20$  alors qu'elle croît jusqu'à  $Fn = 0.344$  pour  $Maq30$ . La dénivelée au niveau du premier creux a des comportements différents pour chacune des trois maquettes. Nous avons attribué ce comportement au fait que la vague relevée sur les photographies n'est pas forcément au contact

du bordé et que de plus sa position peut changer avec la vitesse et l'angle du dièdre. On voit très nettement que la déformée de surface libre le long de la carène est influencée par l'angle du dièdre.

L'incertitude de mesure sur les photographies, liée notamment à la méthode de dépouillement sur table à digitaliser, est évaluée à 2 ou 3 mm .

Les courbes adimensionnelles  $\zeta / L.Fn.Fn = f(x / L.Fn.Fn)$  ont été tracées. L'adimensionnalisation provoque une compression des distances et les profils présentent une première crête qui tend vers une géométrie commune puisque non seulement les abscisses mais aussi les dos des vagues sont quasiment confondus (Figures 2.2a,b,c). On remarque par contre que les hauteurs de vague d'étrave deviennent d'autant plus faibles que le nombre de Froude est grand. La hauteur de vague d'étrave ne semble donc pas proportionnelle au carré de la vitesse d'avance.

### **2.1.2 - Analyse des relevés limnimétriques des profils de vagues le long de la carène pour Maq20.**

Les mesures limnimétriques nécessitant beaucoup de temps, nous n'avons mesuré les profils au moyen de la sonde asservie que pour Maq20 et aux quatre nombres de Froude compris entre 0.203 et 0.344.

Les profils de vagues obtenus avec la sonde (Figure 2.3) ont la même forme que ceux obtenus avec les relevés photographiques. La vague d'étrave recule et la hauteur augmente avec la vitesse d'avance mais la progression n'est pas régulière.

La comparaison des profils des figures 2.4 à 2.7 montre la similitude des résultats entre ces deux techniques de mesure des profils de vagues. Ceci montre que la méthode photographique est un moyen rapide d'obtenir des profils assez proches des profils réellement au contact du bordé. Simplement les crêtes et creux relevés sur les photographies sont plus prononcés que ceux mesurés avec la sonde, en particulier au niveau de l'étrave. Les écarts restent de l'ordre des incertitudes de mesures pour les faibles nombres de Froude,  $Fn \leq 0.250$ . Au delà ils augmentent jusqu'à atteindre un centimètre pour la vague d'étrave. Ces écarts de mesures sont liés à la méthode de relevés photographiques. En effet une prise de vue donne une image bidimensionnelle d'une situation tridimensionnelle et la technique de dépouillement permet seulement de relever la hauteur maximale des crêtes qui figurent sur la photographie sans pouvoir déterminer la position transverse des vagues en question alors que les relevés par sonde ont été faits à 5 mm du bordé.

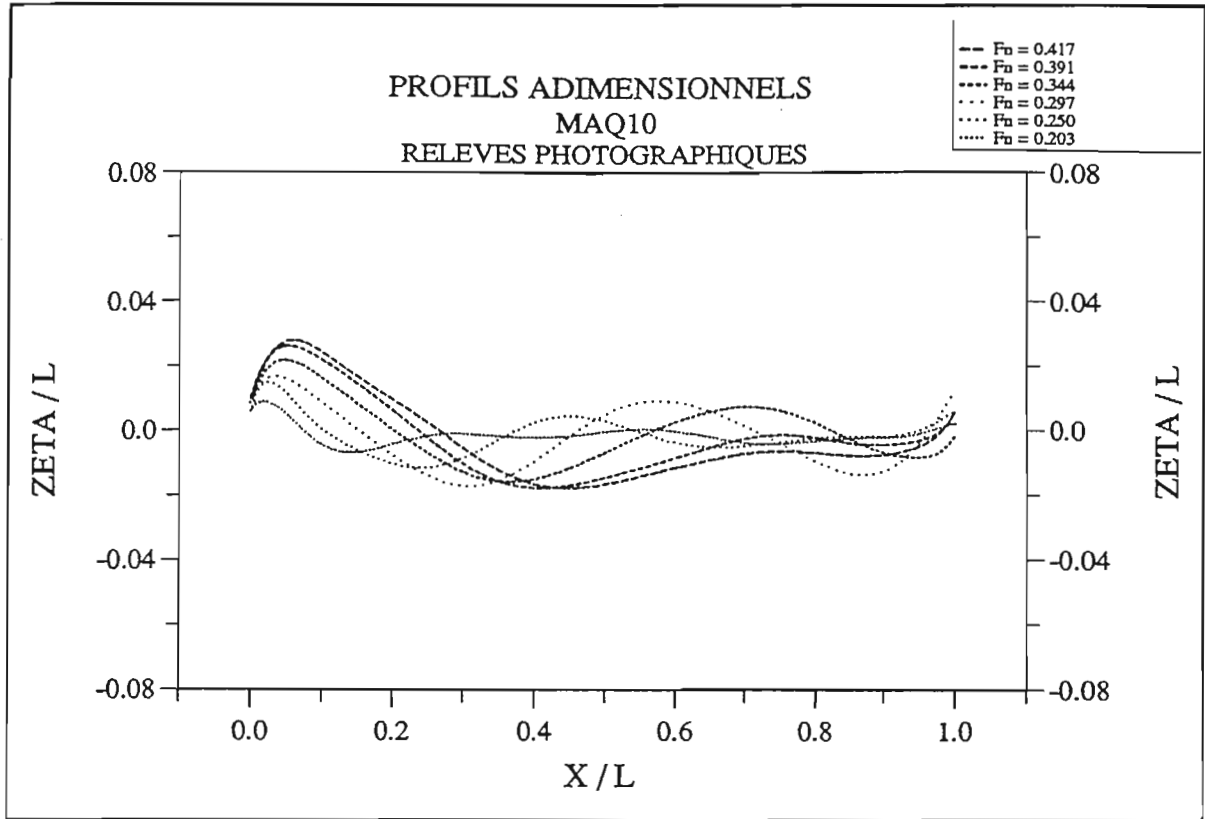


Figure 2.1a : Profils adimensionnels relevés sur les photographies pour Maq10

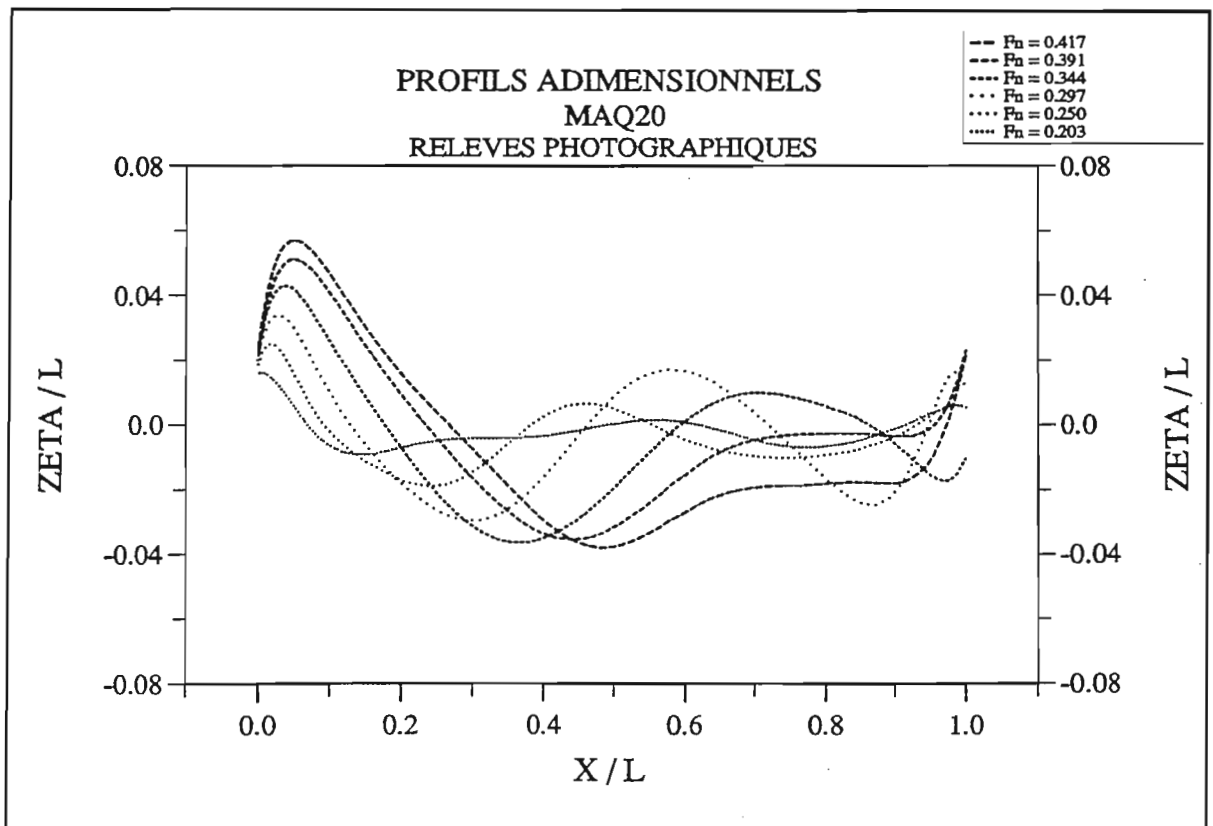


Figure 2.1b : Profils adimensionnels relevés sur les photographies pour Maq20

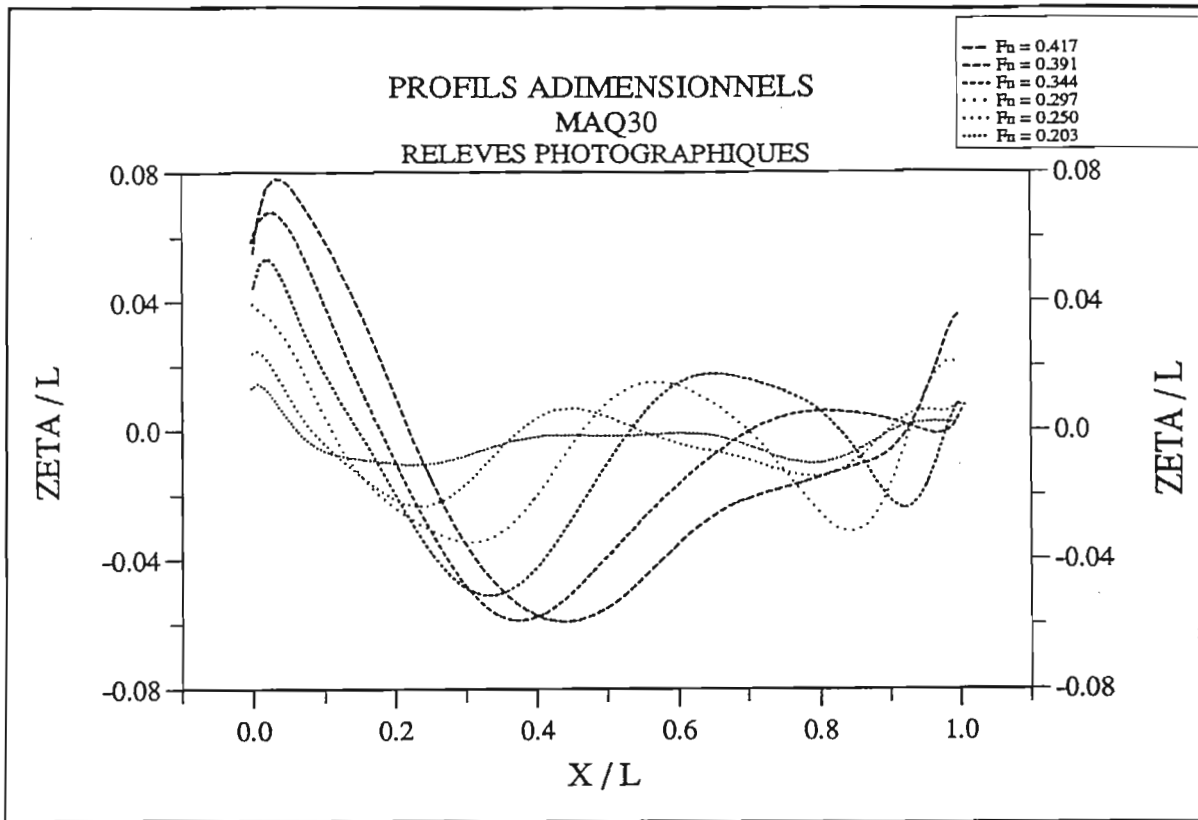


Figure 2.1c : Profils adimensionnels relevés sur les photographies pour Maq30

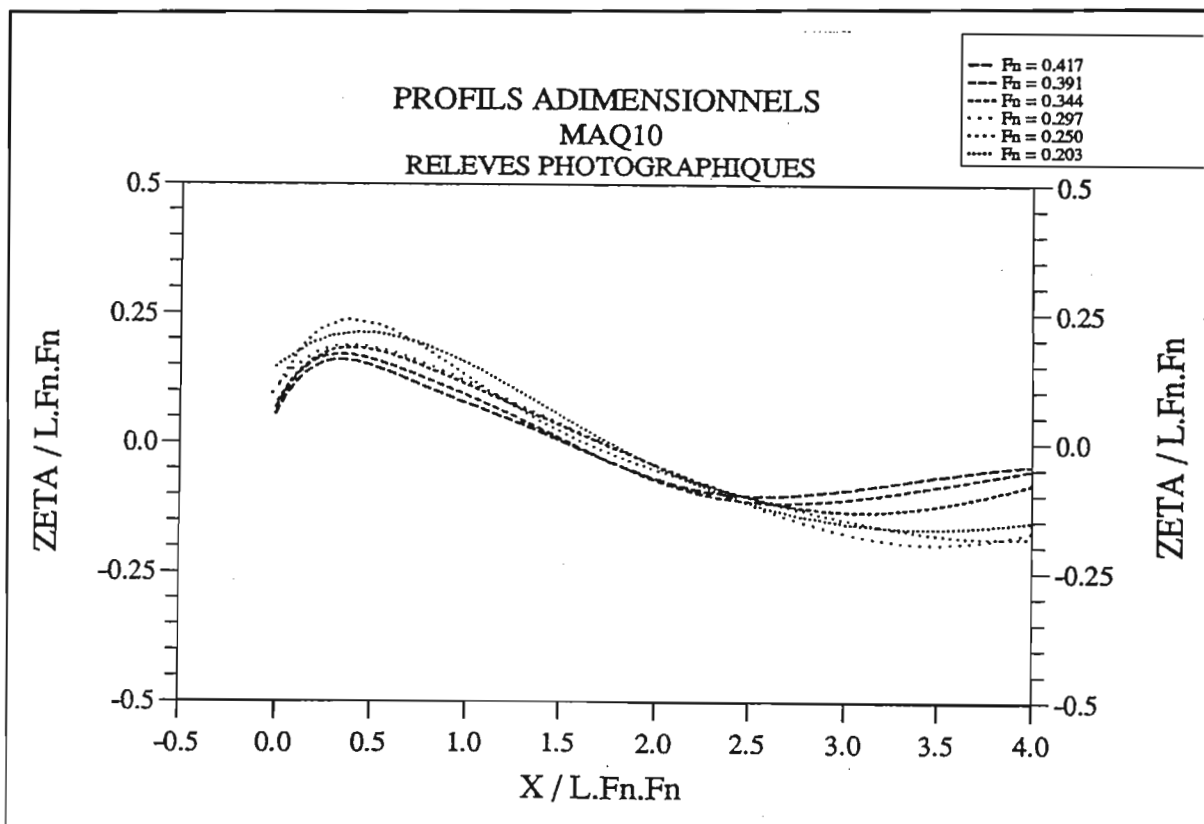


Figure 2.2a : Détail des profils adimensionnels relevés sur les photographies pour Maq10

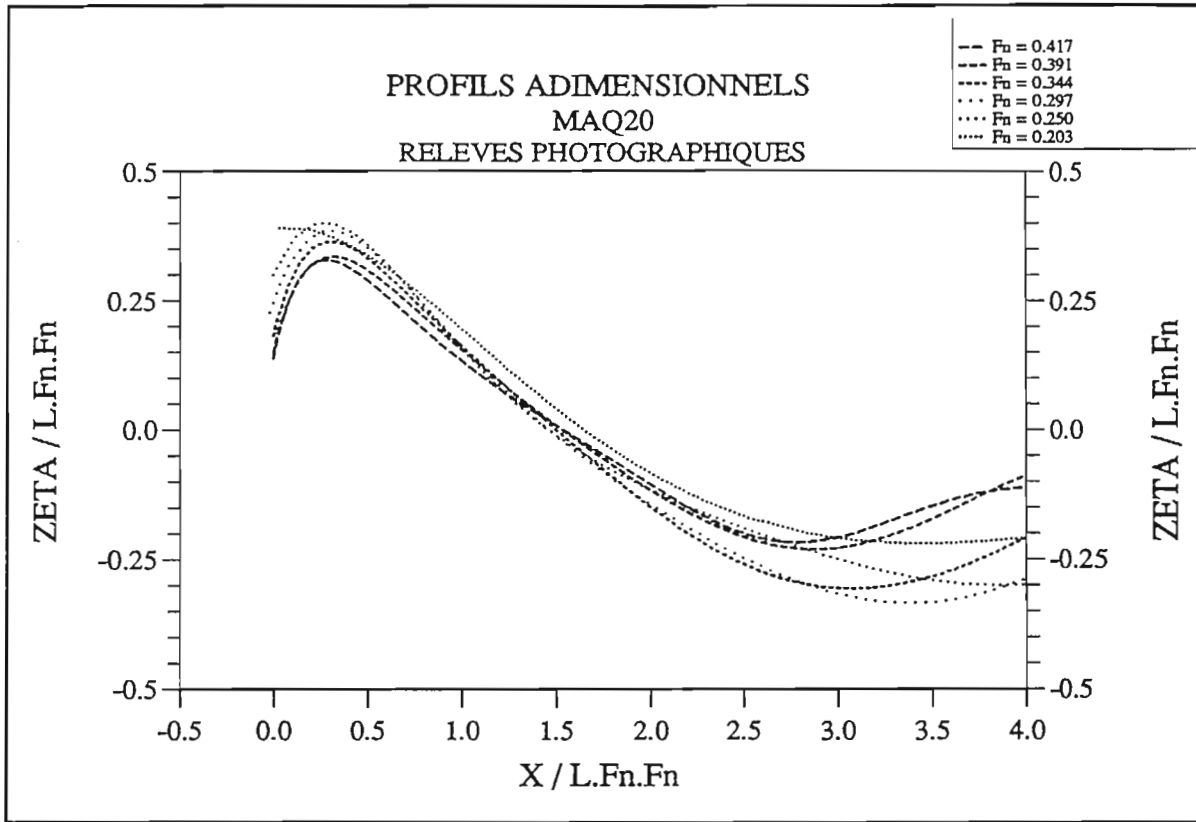


Figure 2.2b : Détail des profils adimensionnels relevés sur les photographies pour Maq20

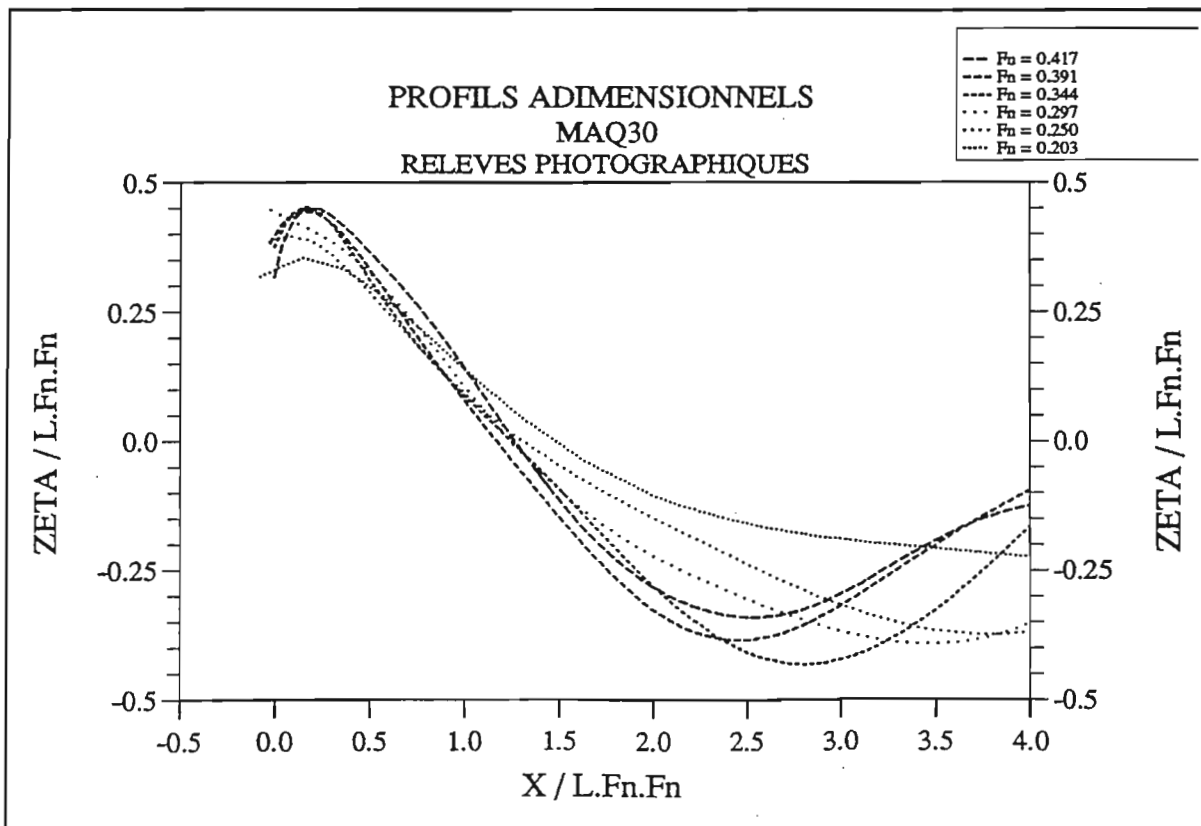


Figure 2.2c : Détail des profils adimensionnels relevés sur les photographies pour Maq30



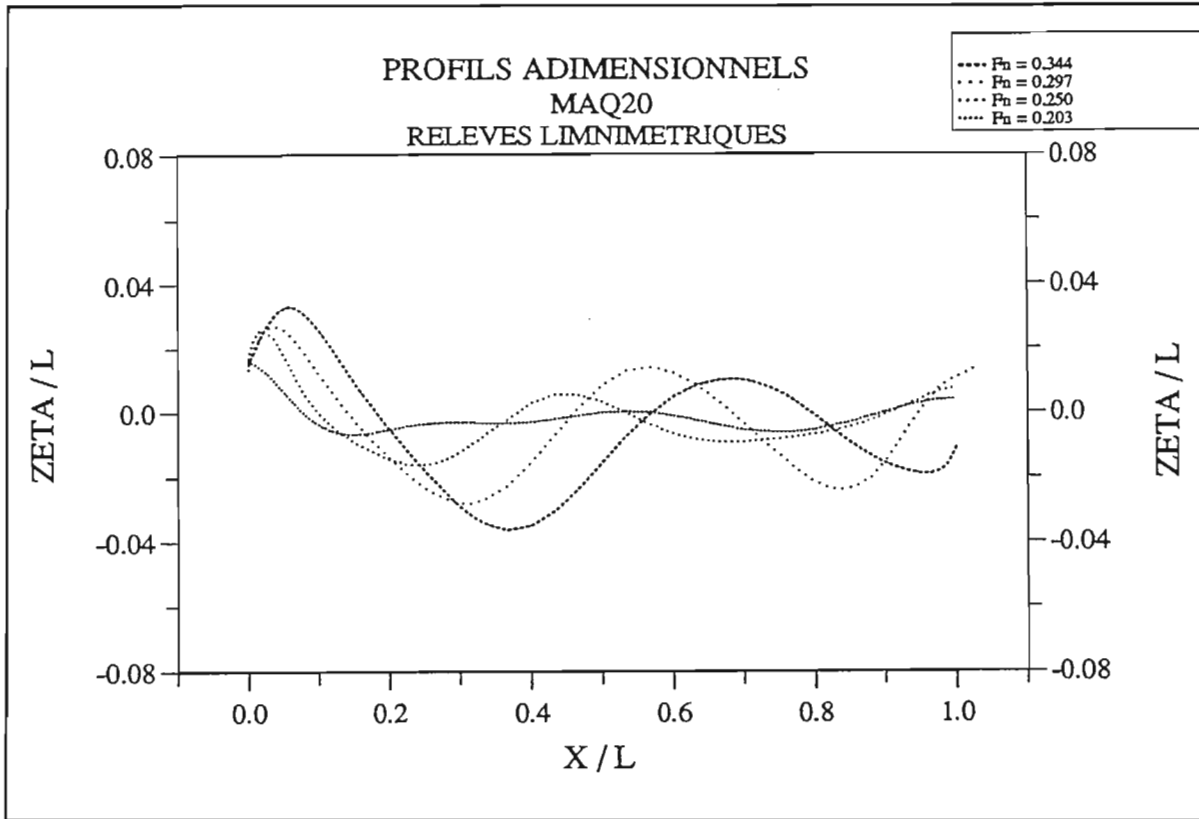


Figure 2.3 : Profils adimensionnels relevés au moyen de la sonde limnimétrique pour Maq20.

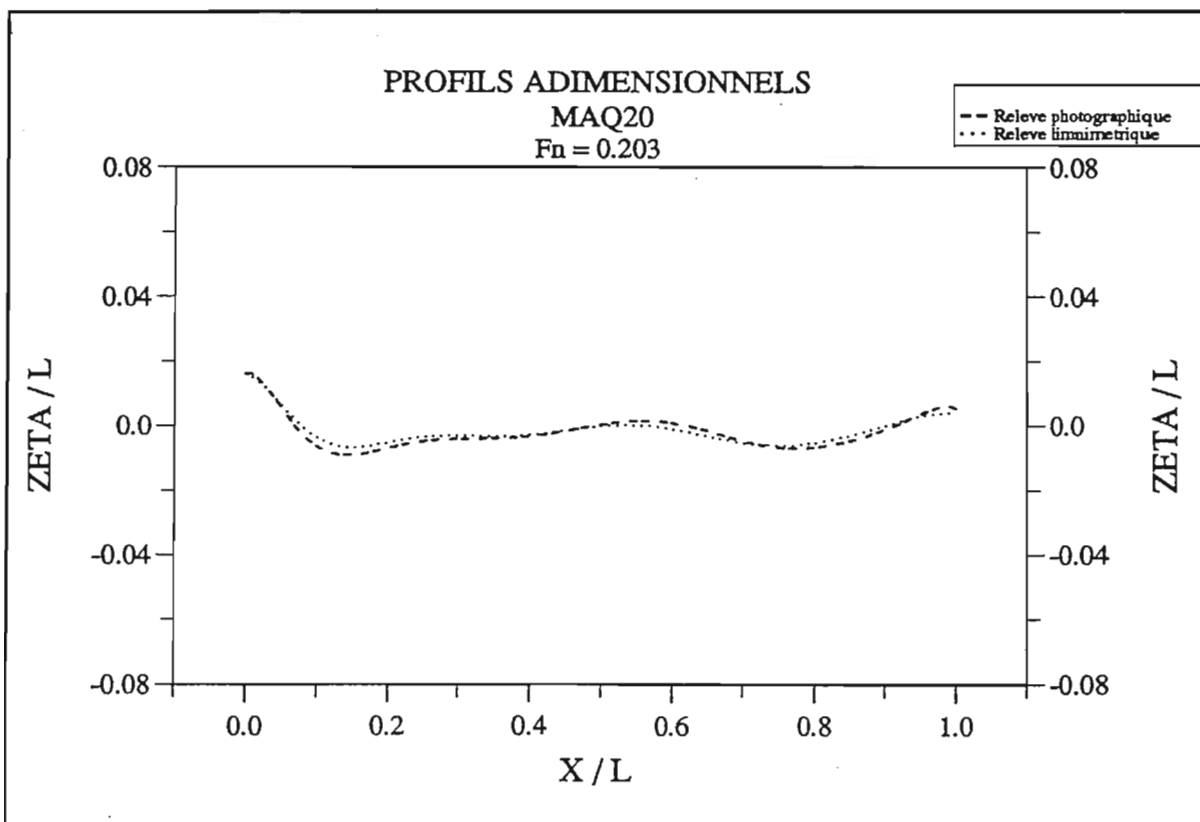


Figure 2.4 : Comparaison des profils adimensionnels mesurés au moyen de la sonde limnimétrique et sur les photographies pour Maq20 à  $F_n = 0.203$ .

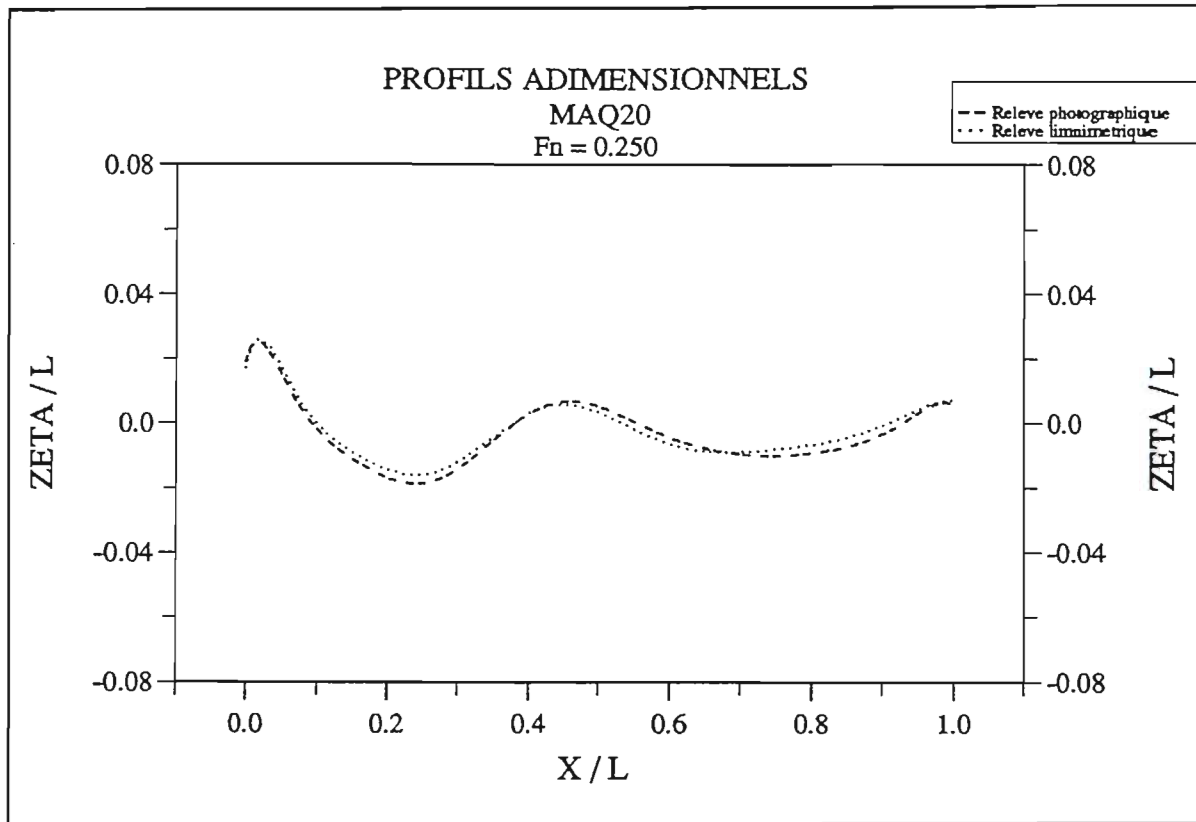


Figure 2.5 : Comparaison des profils adimensionnels mesurés au moyen de la sonde limnimétrique et sur les photographies pour Maq20 à  $Fn = 0.250$ .

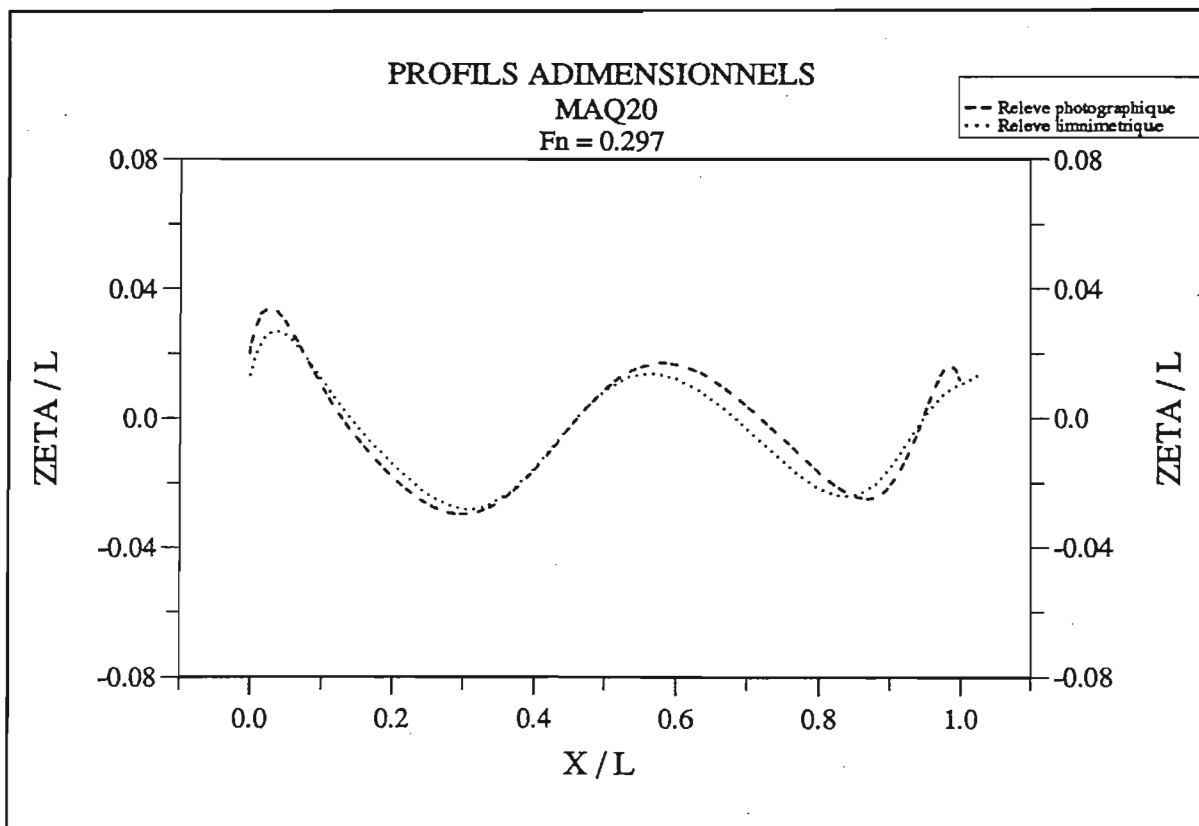


Figure 2.6 : Comparaison des profils adimensionnels mesurés au moyen de la sonde limnimétrique et sur les photographies pour Maq20 à  $Fn = 0.297$ .

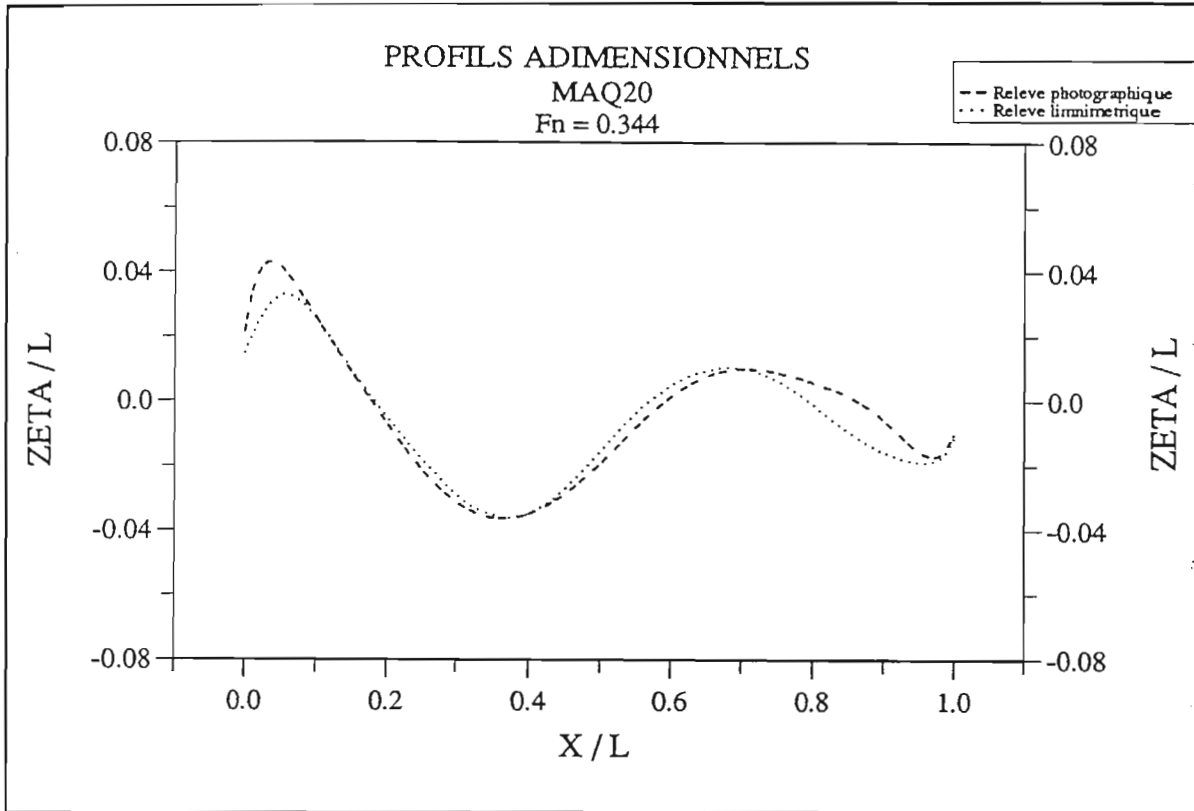


Figure 2.7 : Comparaison des profils adimensionnels mesurés au moyen de la sonde limnimétrique et sur les photographies pour Maq20 à  $Fn = 0.344$ .

La position du chariot asservi en déplacement horizontal est donnée avec une précision théorique de 0.1 mm par le constructeur. Compte tenu des intermédiaires de montage (bras porte sonde, fixation de la maquette) l'incertitude sur les coordonnées horizontales est estimée à 0.5 mm. Quant aux mesures de déformées de surface libre, les résultats présentés sont des moyennes et l'incertitude est de l'ordre du millimètre.

### 2.1.3 - Analyse des profils de vagues le long de la carène de Wigley.

Les profils de vagues le long d'une carène de Wigley sont des résultats bien connus. Nous présentons ici les résultats d'essais effectués à l'Université et au Ship Research Institute de Tokyo et publiés dans les actes de la 17ème I.T.T.C. [25].

La carène de Wigley (Figure 2.8) est définie analytiquement par :

$$y = \pm \frac{B}{2} \left(1 - \frac{4}{L^2} \left(x - \frac{L}{2}\right)^2\right) \left(1 - \frac{z^2}{T^2}\right) \quad x \in [0, L] \text{ et } z \in [0, -T] \quad (2.1)$$

où  $L$  est la longueur,  $B$  le bau maximal et  $T$  le tirant d'eau.

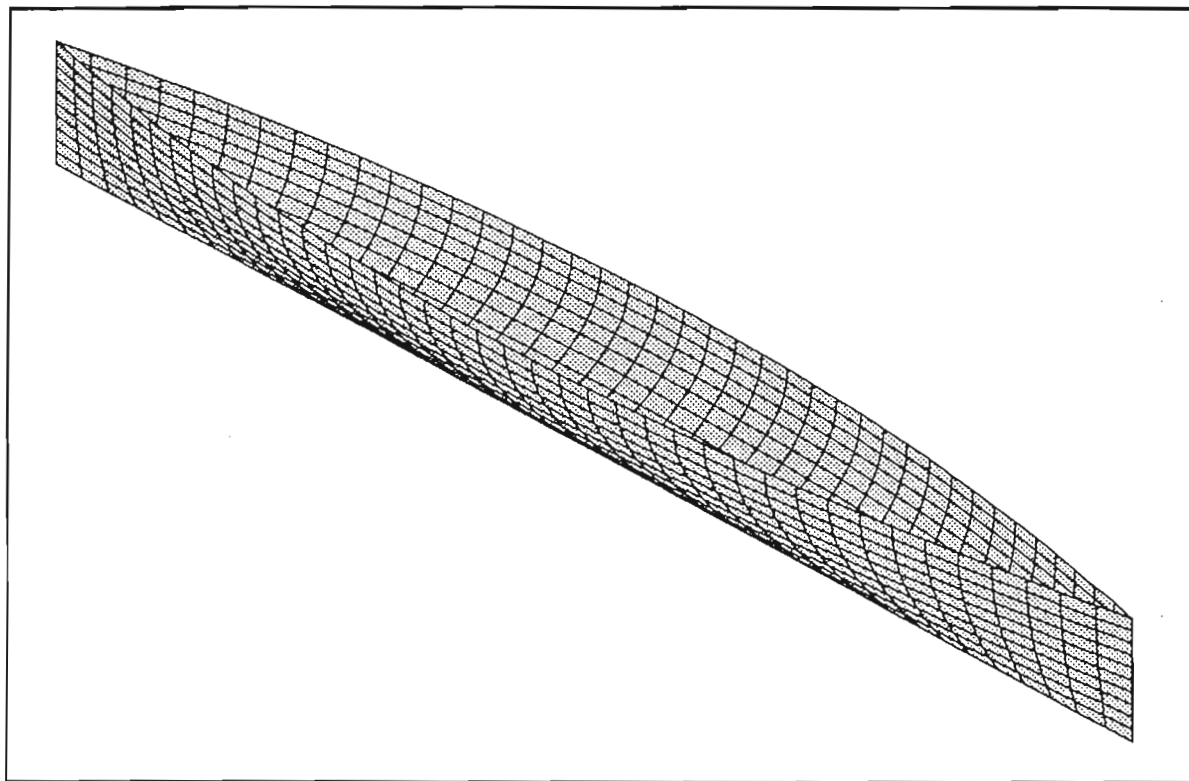


Figure 2.8: La carène de Wigley

La figure 2.9 montre une évolution assez semblable à celle observée sur les maquettes  $Ma\alpha$ . La hauteur de la première vague et la profondeur du premier creux augmentent avec la vitesse alors que la hauteur de la seconde crête diminue. La vague d'étrave recule de manière régulière. Les profils ne présentent pas de points aberrants, on peut cependant regretter le faible nombre de points de mesure qui ne permet pas d'obtenir des profils fins notamment à l'étrave.

Les courbes adimensionnelles  $\zeta / L.Fn.Fn = f(x / L.Fn.Fn)$  ont été tracées. L'adimensionnalisation provoque une compression des distances. Comme pour les maquettes  $Ma\alpha$  les profils présentent une première crête dont les abscisses tendent vers une valeur commune (Figure 2.10). On remarque par contre que les hauteurs de vague d'étrave deviennent d'autant plus faibles que le nombre de Froude est grand. La hauteur de vague d'étrave ne semble donc pas proportionnelle au carré de la vitesse d'avance.

A faible nombre de Froude (Figure 2.11) on note des différences de hauteurs entre les deux centres d'essais japonais. Ceci est particulièrement vrai aux extrémités. Lorsque le nombre de Froude croît les profils sont très proches même si la vague mesurée au Ship Research Institute est toujours plus haute que celle de l'Université de Tokyo (Figures 2.12, 2.13, 2.14).

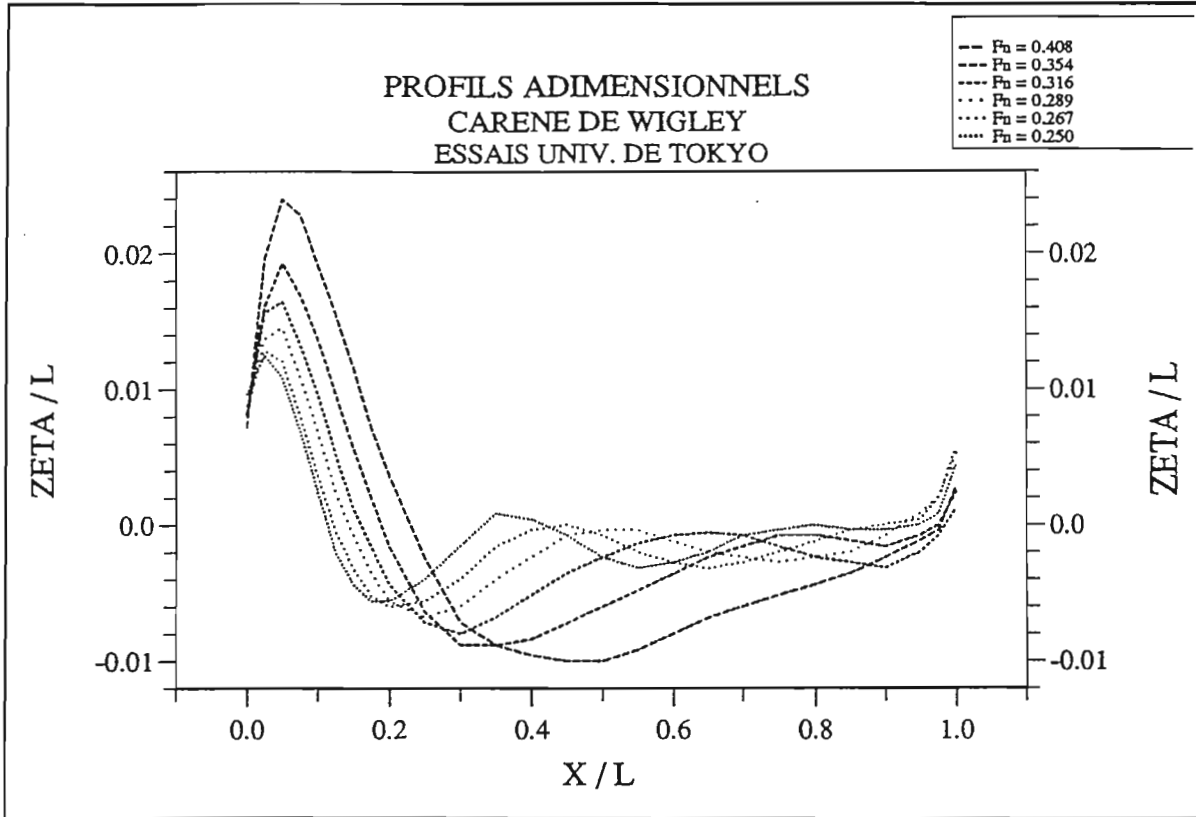


Figure 2.9 : Profils adimensionnels relevés à l'Université de Tokyo pour une carène de Wigley.

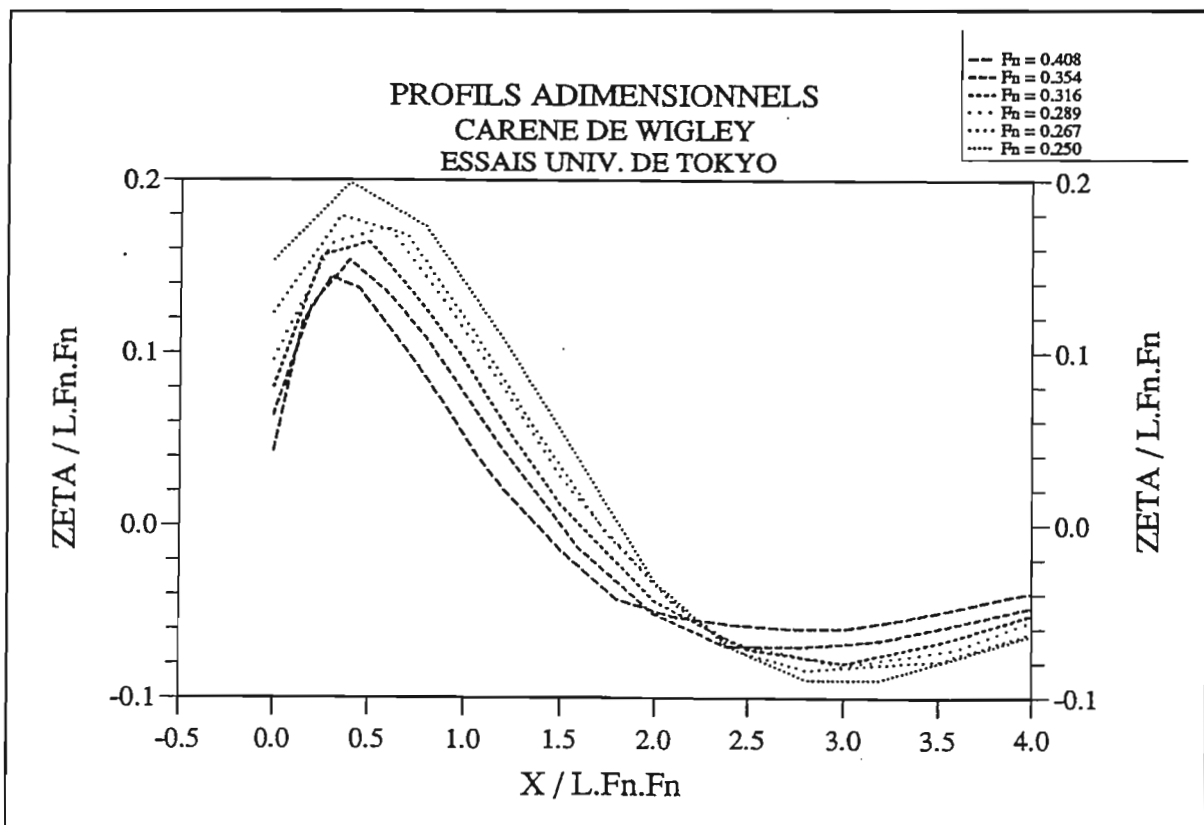


Figure 2.10 : Détail des profils adimensionnels relevés à l'Université de Tokyo pour une carène de Wigley.

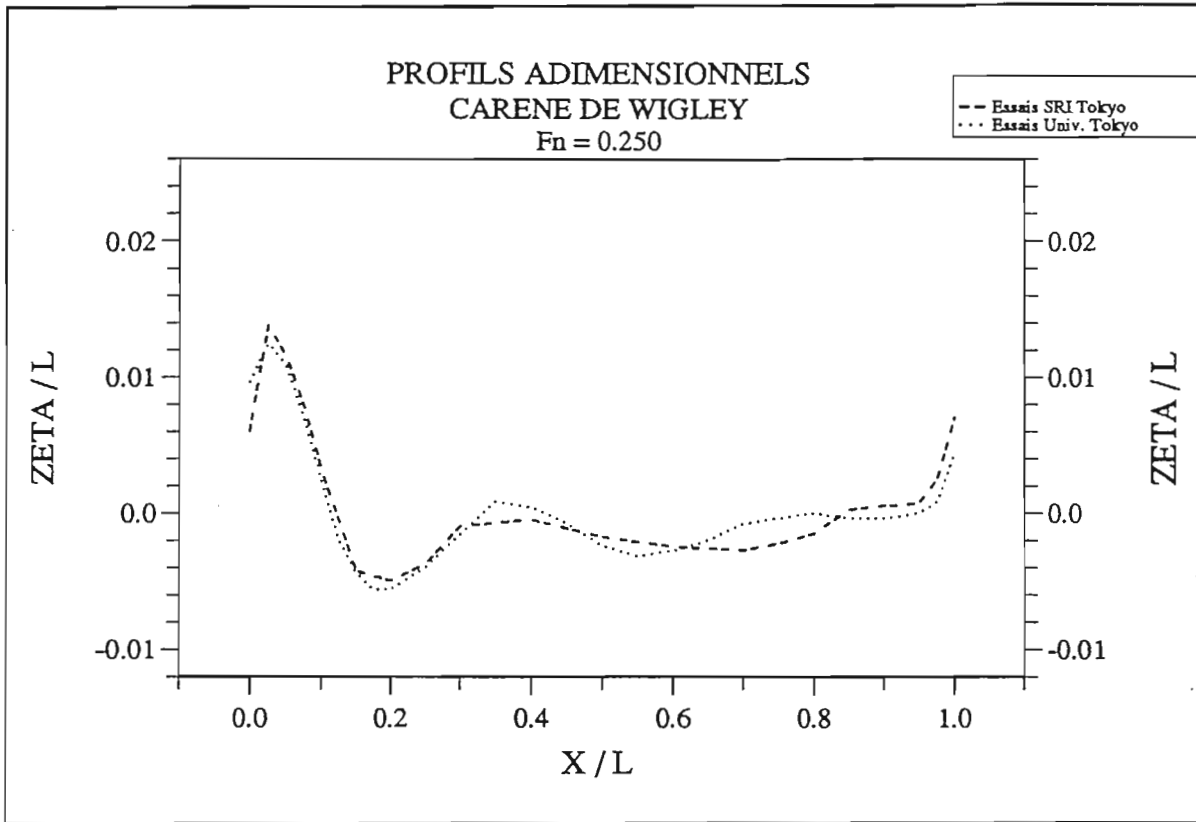


Figure 2.11 : Comparaison des profils adimensionnels mesurés au SRI et à l'Université de Tokyo pour une carène de Wigley à  $Fn = 0.250$ .

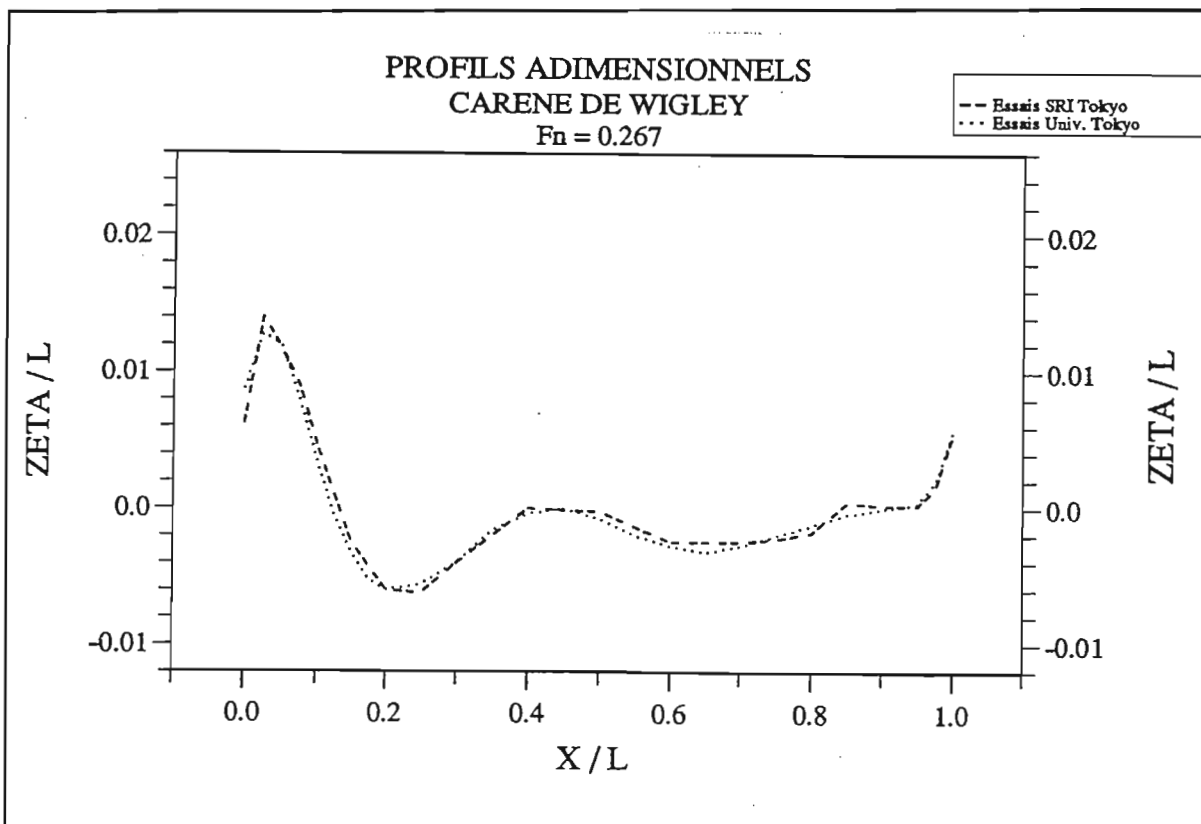


Figure 2.12 : Comparaison des profils adimensionnels mesurés au SRI et à l'Université de Tokyo pour une carène de Wigley à  $Fn = 0.267$ .

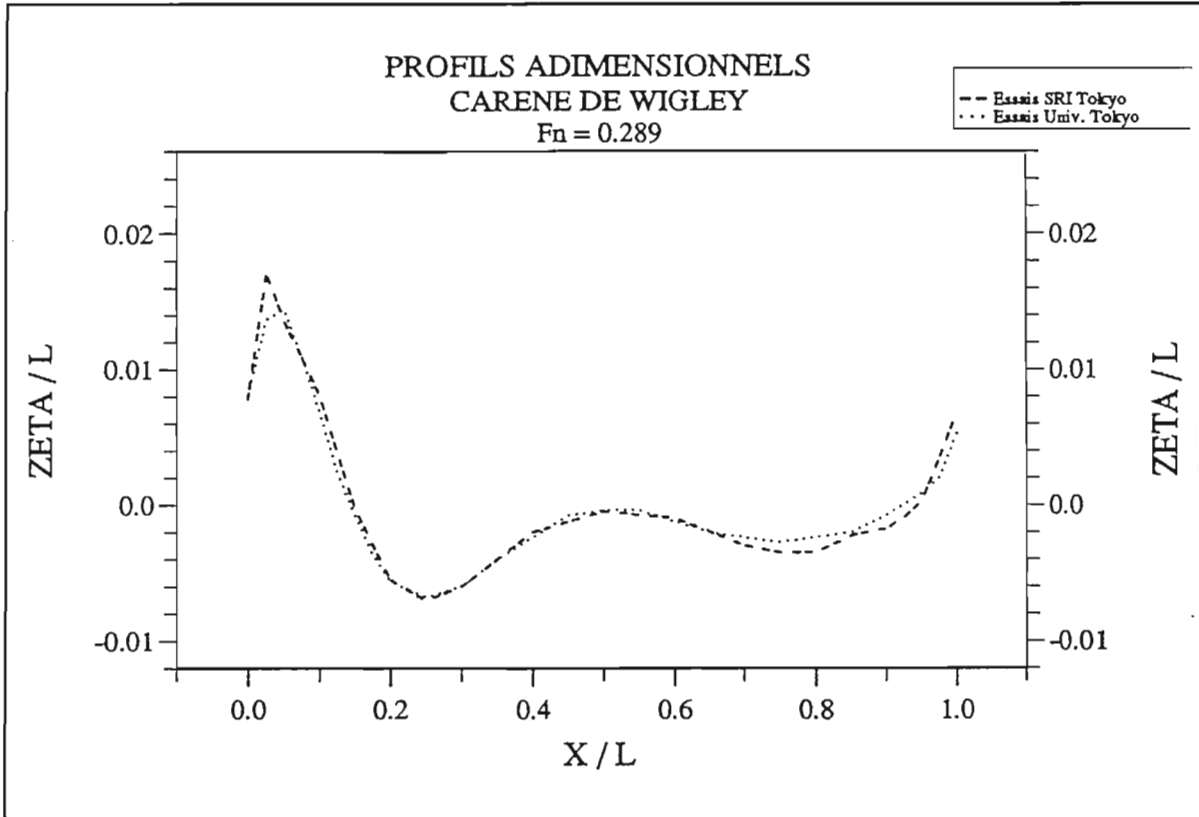


Figure 2.13 : Comparaison des profils adimensionnels mesurés au SRI et à l'Université de Tokyo pour une carène de Wigley à  $Fn = 0.289$ .

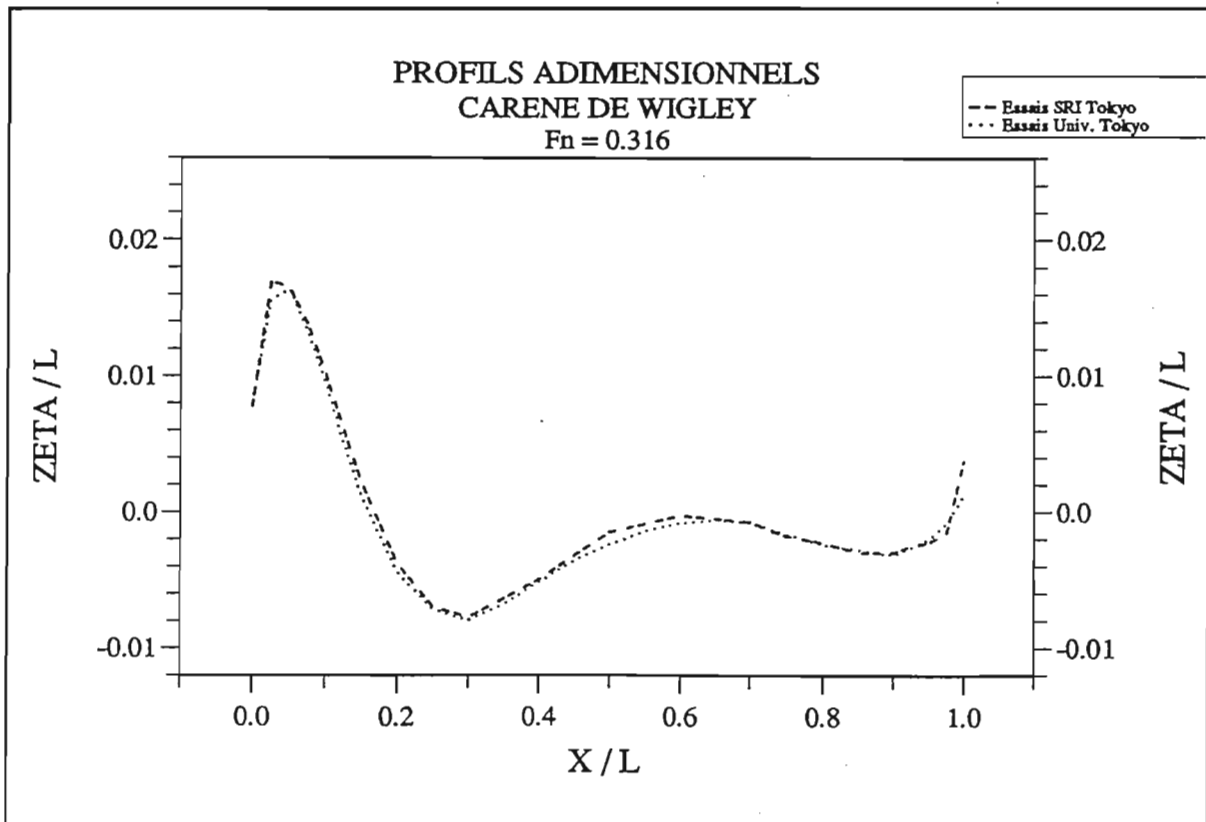


Figure 2.14 : Comparaison des profils adimensionnels mesurés au SRI et à l'Université de Tokyo pour une carène de Wigley à  $Fn = 0.316$ .

Nous ne connaissons pas les méthodes employées par les deux centres de recherche mais nous pouvons penser que les différences présentées par les profils viennent de techniques de mesures différentes car la comparaison des résultats des deux centres de recherche fait apparaître des écarts comparables à ceux que nous avons obtenu en comparant les profils photographiques et limnimétriques sur Maq20.

## 2.2 - ESSAIS DE TRACTION.

### 2.2.1 - Rappel du dispositif expérimental.

Les essais effectués sont des essais classiques de traction droite. Les maquettes sont reliées à une balance de traction par deux colonnes dont l'extrémité est fixée sur le dessus des maquettes (Figure 2.15). Ces colonnes transmettent les efforts à un capteur permettant de connaître la résistance totale de modèles dont tous les degrés de libertés sont bloqués.

La balance permet aussi de mesurer les déplacements verticaux avant et arrière et ainsi de déterminer l'enfoncement et l'assiette dynamique. Comme nous travaillons avec des modèles dont tous les degrés de libertés sont bloqués, nous n'en tenons évidemment pas compte.

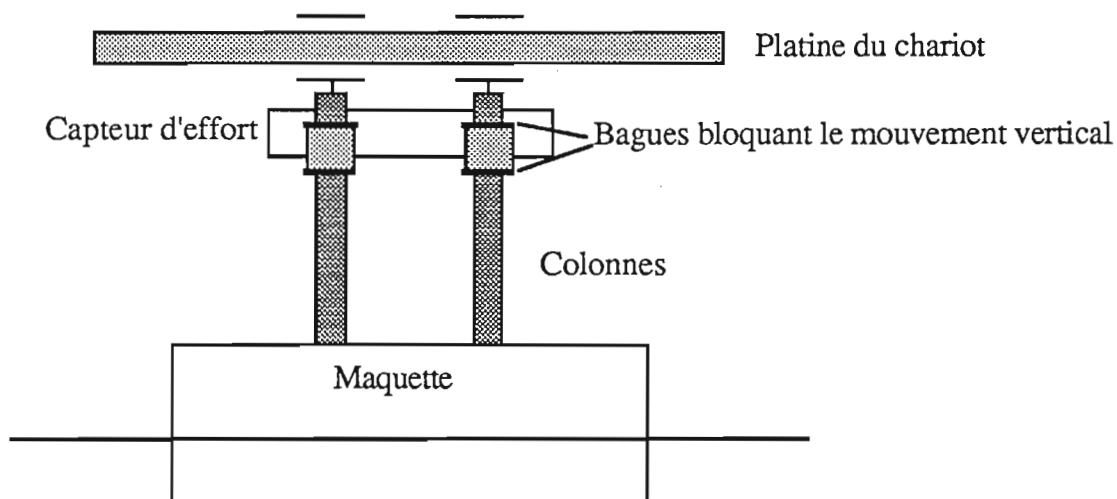


Figure 2.15. : Schéma du montage utilisé pour les essais de traction droite.

L'effort mesuré est la résistance totale  $R_T$  fonction de :

- L la longueur L de la carène
- U la vitesse d'avance
- $\nu$  la viscosité cinématique
- $\rho$  la densité de masse volumique  $\rho$
- g l'accélération de la pesanteur.



Cette résistance est décomposée en résistance de vagues  $R_w$  fonction du nombre de Froude  $Fn = \frac{U}{\sqrt{gL}}$  et en résistance visqueuse  $R_v$  fonction du nombre de Reynolds  $Re = \frac{UL}{\nu}$ .

Les coefficient adimensionnels sont définis par :

coefficient de résistance totale :

$$C_T(Fn, Re) = \frac{R_T}{\frac{1}{2}\rho S U^2} \quad (2.2),$$

coefficient de résistance de vagues :

$$C_w(Fn) = \frac{R_w}{\frac{1}{2}\rho S U^2} \quad (2.3),$$

coefficient de résistance visqueuse :

$$C_v(Re) = \frac{R_v}{\frac{1}{2}\rho S U^2} \quad (2.4),$$

où  $S$  est la surface mouillée du navire.

La similitude de Froude repose sur l'hypothèse que le coefficient de résistance de vagues est le même pour la maquette que pour le navire réel. Ce coefficient est défini par :

$$C_w(Fn) = C_T(Fn, Re_R) - C_v(Re_R) \quad (2.5).$$

Le fait de travailler en similitude de Froude implique que l'on ne respecte pas la similitude liée au nombre de Reynolds.

La résistance visqueuse, soumise à un effet d'échelle du fait de la similitude choisie, est déterminée en utilisant les relations proposées par l'International Towing Tank Conference (I.T.T.C.) :

$$C_v = (1 + k)C_{f0} \quad (2.6),$$

avec

$$C_{f0} = \frac{0.075}{(\text{Log } Re - 2)^2} \quad (2.7).$$

$k$  est le facteur de forme déterminé graphiquement en faisant l'hypothèse qu'aux faibles vitesses la résistance de vagues est très faible et que donc la résistance à l'avancement peut être identifiée à la résistance visqueuse.

Après différents essais, notamment sur la méthode de Hughes, la méthode de l'I.T.T.C. a été retenue car c'est celle qui donne les résultats les plus réalistes. Ceci revient à chercher la limite en zéro de la courbe :

$$\frac{C_T}{C_{f0}} = f\left(\frac{Fn^{5,65}}{C_{f0}}\right) \quad (2.8).$$

### 2.2.2 - Résultats.

Les efforts ont été mesurés pour les deux maquettes Maq20 et Maq30 à différents nombres de Froude qui sont récapitulés dans le tableau 2.2.

Froude	0.050	0.100	0.130	0.156
V en m/s	0.20	0.40	0.50	0.60

Froude	0.182	0.203	0.250	0.273
V en m/s	0.70	0.78	0.96	1.05

Froude	0.287	0.297	0.313	0.326
V en m/s	1.10	1.14	1.20	1.25

Froude	0.344	0.365	0.391	0.417
V en m/s	1.32	1.40	1.50	1.60

Tableau 2.2 : les nombres de Froude et les vitesses d'avance pour les essais de traction.

La figure 2.16 représente l'évolution du coefficient adimensionnel  $C_T$  en fonction de la vitesse. Les résultats pour des faibles nombres de Froude,  $Fn \leq 0.130$ , ne sont cependant donnés qu'à titre indicatif car la vitesse du chariot de traction n'est réglée que pour des vitesses d'avance supérieure à 0.5 m/s. L'incertitude sur les résultats aux vitesses plus faibles est de l'ordre de cent pour-cent.

Les courbes ont la même forme pour  $0.203 \leq Fn \leq 0.316$ , puis le coefficient diminue jusqu'à  $Fn = 0.391$  pour réaugmenter ensuite à  $Fn = 0.417$ . L'inflexion du coefficient  $C_T$  est moindre pour Maq30 que pour Maq20. A vitesse donnée l'incertitude entre les différents points de mesure ne dépasse pas 3%.

Sur la figure 2.17 nous avons tracé le coefficient de frottement  $C_{f0}$  en fonction du nombre de Reynolds. Comme on pouvait s'y attendre du fait même de la définition de  $C_{f0}$ , donnée par l'I.T.T.C.57, ce coefficient est indépendant de la maquette alors que les efforts sur Maq30 sont toujours supérieurs à ceux sur Maq20.

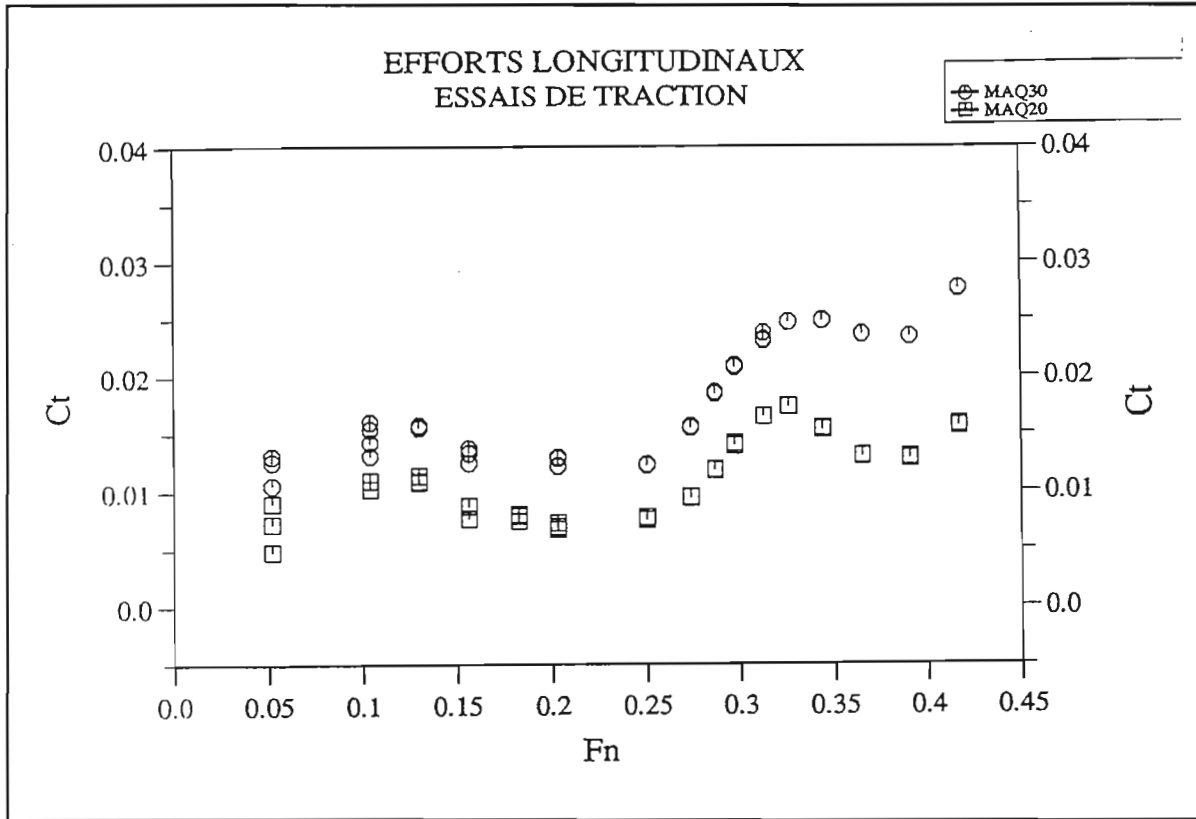


Figure 2.16 : Coefficient  $C_T$  en fonction du nombre de Froude pour Maq20 et Maq30

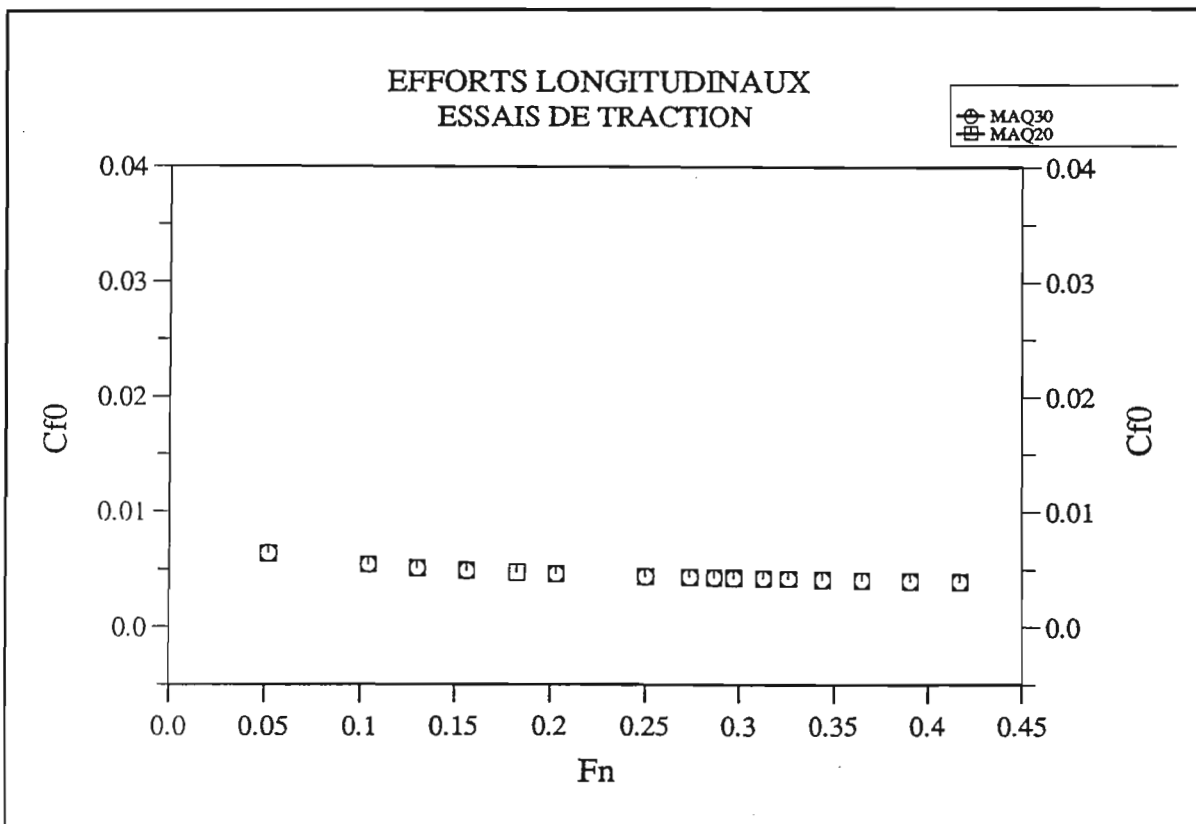


Figure 2.17 : Coefficient  $C_{f0}$  en fonction du nombre de Reynolds pour Maq20 et Maq30.

Connaissant  $C_T$  et  $C_{f0}$ , nous déterminons graphiquement (Figure 2.18) le facteur de forme  $k$  par la méthode de le l'I.T.T.C. Le coefficient  $C_T$  dépendant de la maquette, il en sera de même du facteur de forme.

Nos résultats sont dispersés. Nous observons par exemple pour Maq20 une valeur de  $C_T / C_{f0}$  inférieure à un. Ce point est manifestement aberrant sauf à considérer qu'il existe une possibilité d'avoir un écoulement partiellement laminaire aux faibles nombres de Reynolds. Ceci serait alors responsable de ce  $C_w$  négatif. De même pour Maq30 certaines valeurs sont voisines de 2. Ceci est anormalement élevé.

Nous avons retenu les valeurs qui nous paraissent les plus réalistes soit :

$$\text{pour Maq20 : } 1+k = 1.137$$

$$\text{pour Maq30 : } 1+k = 1.670$$

Le facteur de forme obtenu pour Maq30 reste extrêmement élevé par rapport aux valeurs obtenues sur les carènes de navires réels ( $k < 0.3$ ). Nous pensons que cela est dû d'une part au fait que comme nous travaillons en modèle fixe (la maquette ne peut acquérir une assiette dynamique) et d'autre part à la géométrie de la maquette. Etant donné l'effet d'épaule observé avec des dièdres, il est possible que le bouchain soit le siège de forts tourbillons augmentant le facteur de forme.

Connaissant maintenant le facteur de forme nous pouvons enfin déterminer le coefficient de résistance de vagues. La figure 2.19 montre qu'avec les facteurs de forme déterminés ci-dessus les coefficients  $C_w$  sont très proches pour  $Fn \leq 0.15$ . On peut voir là l'influence prépondérante de la viscosité. Pour les nombres de Froude supérieurs à 0.2 l'écart augmente progressivement pour devenir très important aux nombres de Froude supérieurs à 0.316. On peut voir là l'influence des vagues qui croissent avec la vitesse. La résistance de vagues devient prépondérante dans la résistance à l'avancement.

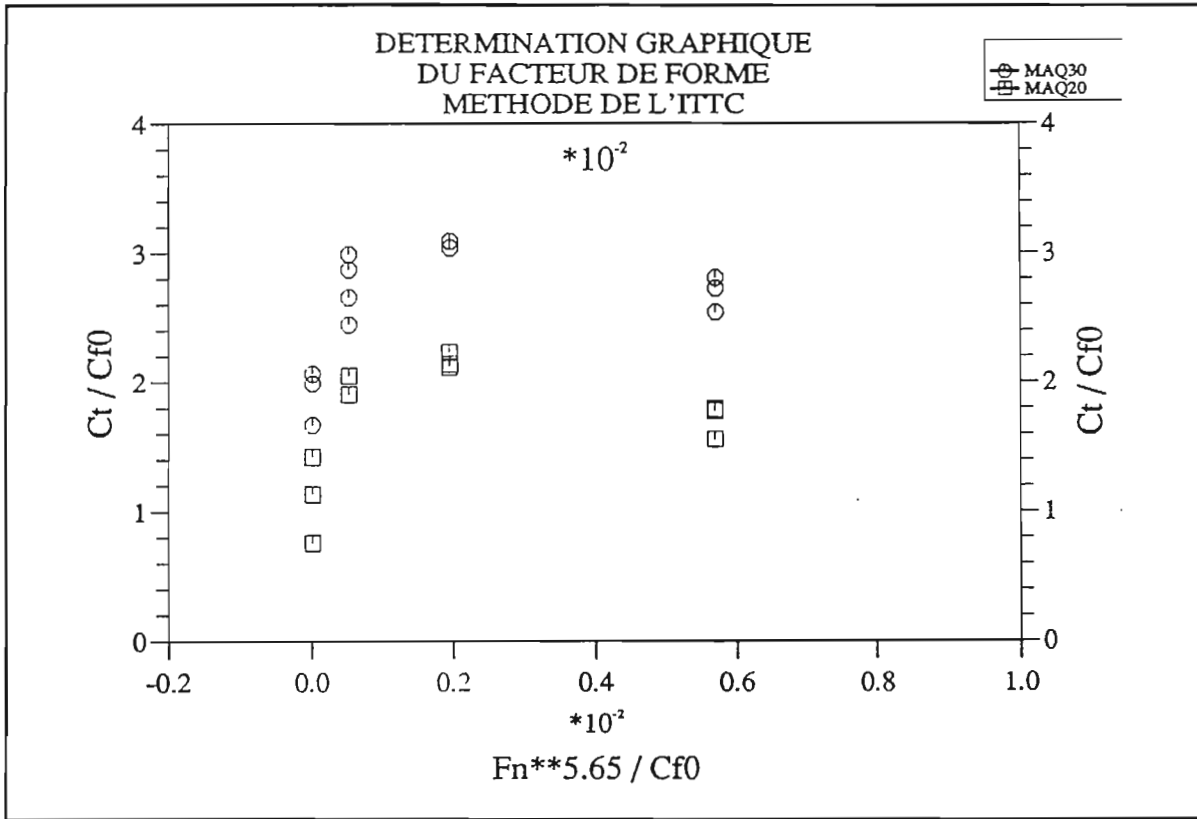


Figure 2.18 : Détermination graphique du facteur de forme pour Maq20 et Maq30

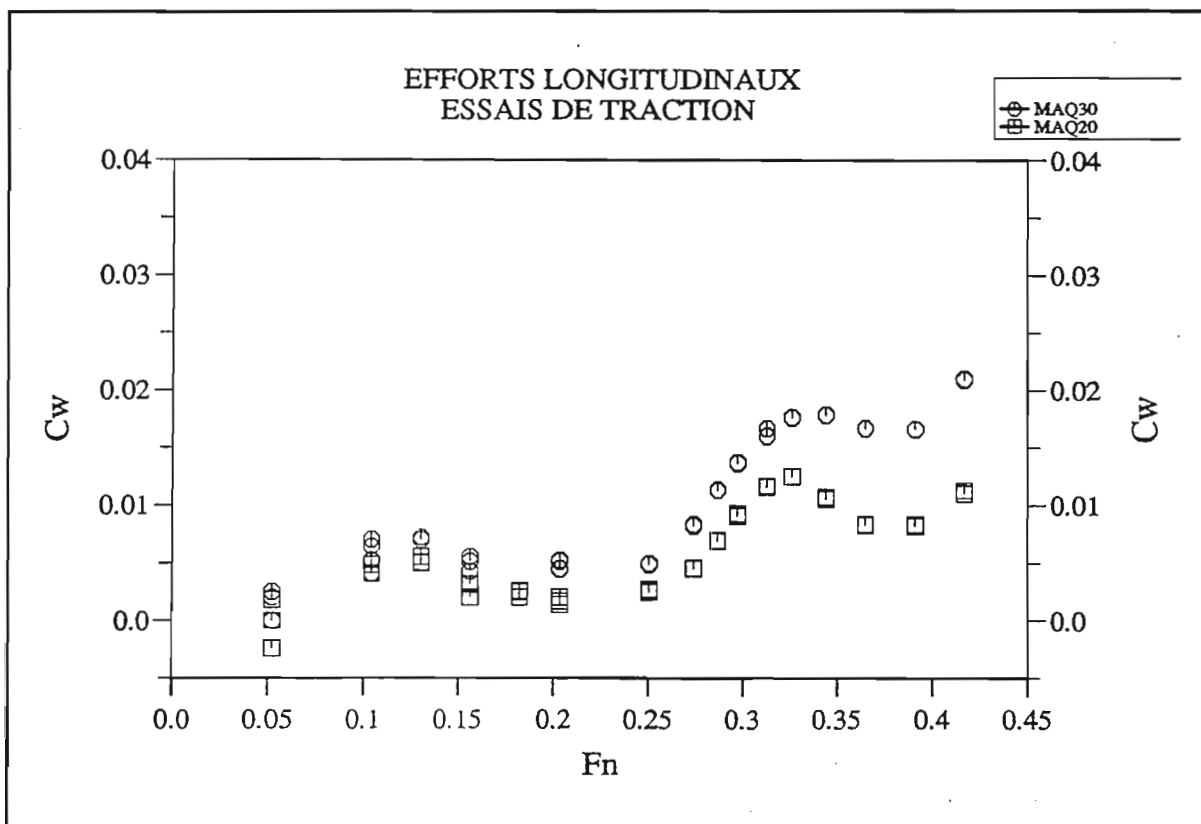


Figure 2.19 : Coefficient  $C_w$  en fonction du nombre de Froude pour Maq20 et Maq30

## CHAPITRE 3.

### ETUDE EXPERIMENTALE DE L'INFLUENCE DU DIEDRE D'ETRAVE.

Les différents essais effectués sur les maquettes Maq10 - 20 - 30, au cours desquels ont été faits des relevés limnimétriques et des photographies de la surface libre, nous ont permis de faire un certain nombre d'observations que nous relatons ici.

#### 3.1 - ASPECT DE LA VAGUE D'ETRAVE VUE DU QUART AVANT

Quelque soit le nombre de Froude, l'écoulement à l'étrave à un aspect typique, plus ou moins accentué suivant la grandeur du nombre de Froude, lié à la valeur de l'angle du dièdre d'étrave.

##### 3.1.1 - Aspect de la vague d'étrave pour Maq10

Pour le plus petit angle d'étrave ( $10^\circ$ ) la vague d'étrave forme une petite voûte dont le sommet est légèrement décollé du bordé. Cette voûte se développe latéralement en s'affaissant assez rapidement. L'aspect lisse de la surface libre n'est jamais perturbé.

L'accroissement de la vitesse augmente l'amplitude de la voûte mais l'écoulement reste toujours stable (Photographies 3.1 à 3.4).

##### 3.1.2 - Aspect de la vague d'étrave pour Maq20

Pour le demi-angle d'étrave intermédiaire de  $20^\circ$ , dès la vitesse de 0.96 m/s, la vague d'étrave forme une voûte escarpée dont le sommet revient vers l'arrière et le côté. Le dos de la vague est le siège de petits tourbillons qui se prolongent vers l'aval.

L'augmentation de la vitesse ne fait qu'amplifier les phénomènes observés. Globalement l'écoulement à l'étrave garde la même allure (Photographies 3.5 à 3.8).

Le comportement particulier de la vague d'étrave explique les écarts observés entre les relevés des profils de vagues à partir des photographies et à partir de la sonde limnimétrique sur Maq20. Il y a tout lieu de penser que le relevé photographique ne permet pas d'accéder au creux situé entre le bordé et le maximum de la vague.

##### 3.1.2 - Aspect de la vague d'étrave pour Maq30

Aux basses vitesses,  $Fn \leq 0.250$ , la vague d'étrave forme un bourrelet instationnaire en forme de fer à cheval autour de l'étrave. L'intensité du bourrelet diminue rapidement quand on s'éloigne du bordé (Photographie 3.9).

Aux vitesses moyennes,  $0.250 \leq Fn \leq 0.344$ , tout l'écoulement autour de la maquette semble instationnaire. La vague d'étrave est haute et à fort gradient de hauteur verticale. La crête déferlante reste au contact du bordé mais légèrement en arrière de l'étrave. Le développement latéral des phénomènes instationnaires devient important (Photographies 3.10 et 3.11).

A la plus grande vitesse réalisée ( $Fn = 0.417$ ) l'étrave est entourée d'une grande vague déferlante dont la crête retombe avec d'importants remous (photographie 3.12).

### **3.2 - ASPECT DE LA VAGUE D'ETRAVE VUE DE DESSUS**

Lors des essais de traction nous avons procédé à des photographies permettant de voir la vague d'étrave de dessus pour  $Ma_{q20}$  et  $Ma_{q30}$ . Ces photographies sont insuffisamment contrastées pour que nous ayons pu relever le profil vu de dessus comme nous avons pu le faire avec les profils latéraux.

#### **3.2.1 - Aspect de la vague d'étrave pour $Ma_{q20}$**

Aux faibles nombres de Froude,  $Fn < 0.250$ , les vagues sont quasi inexistantes. Dès que la vitesse croît,  $Fn \geq 0.250$ , le front de vague d'étrave part en oblique par rapport à l'axe longitudinal de la maquette. Le front de vague devient visible ainsi que des mouvements d'eau que nous pouvons rapprocher des petits tourbillons vus de côté.

L'augmentation de la vitesse ne fait qu'amplifier les phénomènes observés. Globalement l'écoulement à l'étrave garde la même allure et le front de vague recule avec l'augmentation de la vitesse (Photographies 3.13 à 3.15).

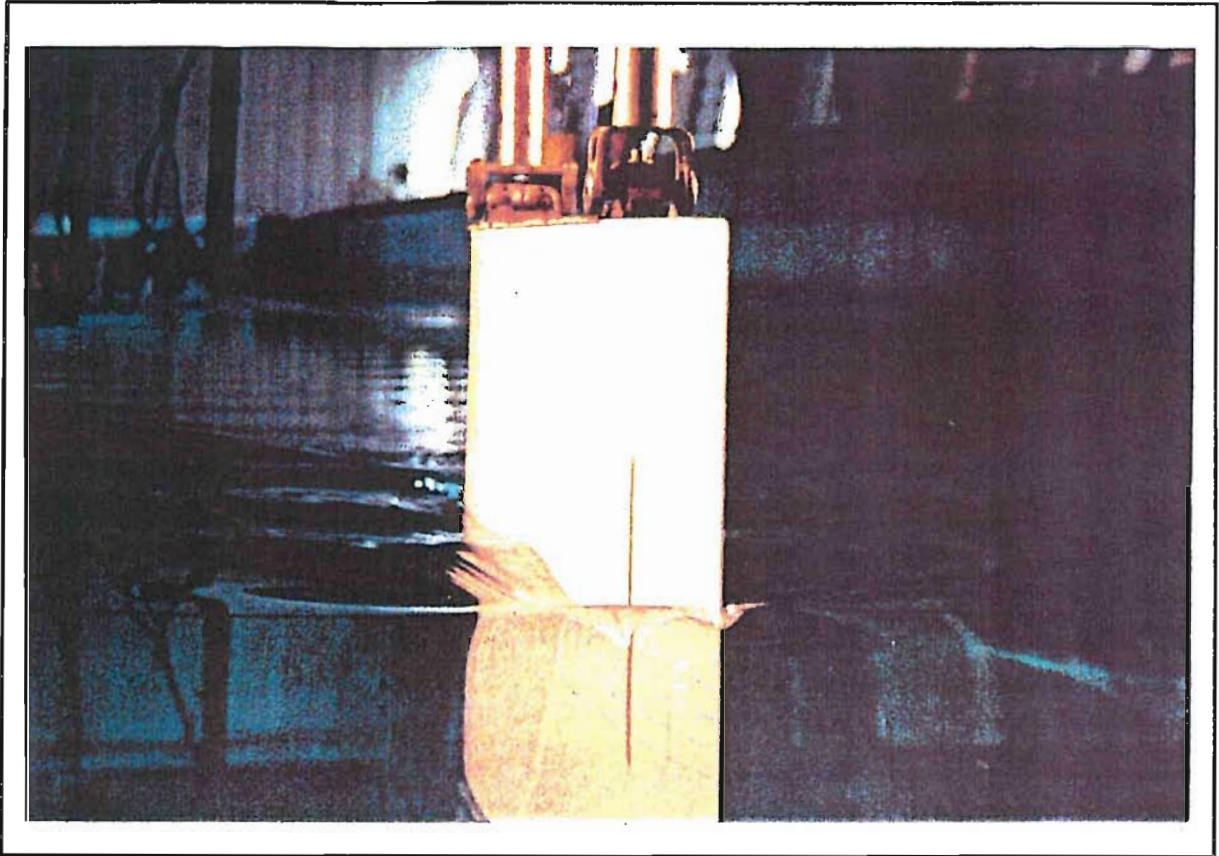
Nous avons pu constater que la ligne de front de vague d'étrave est de type "oblique free surface shock waves" [36] et que l'angle entre ce front et l'axe longitudinal de la carène diminue lorsque la vitesse augmente.

#### **3.2.2 - Aspect de la vague d'étrave pour $Ma_{q30}$**

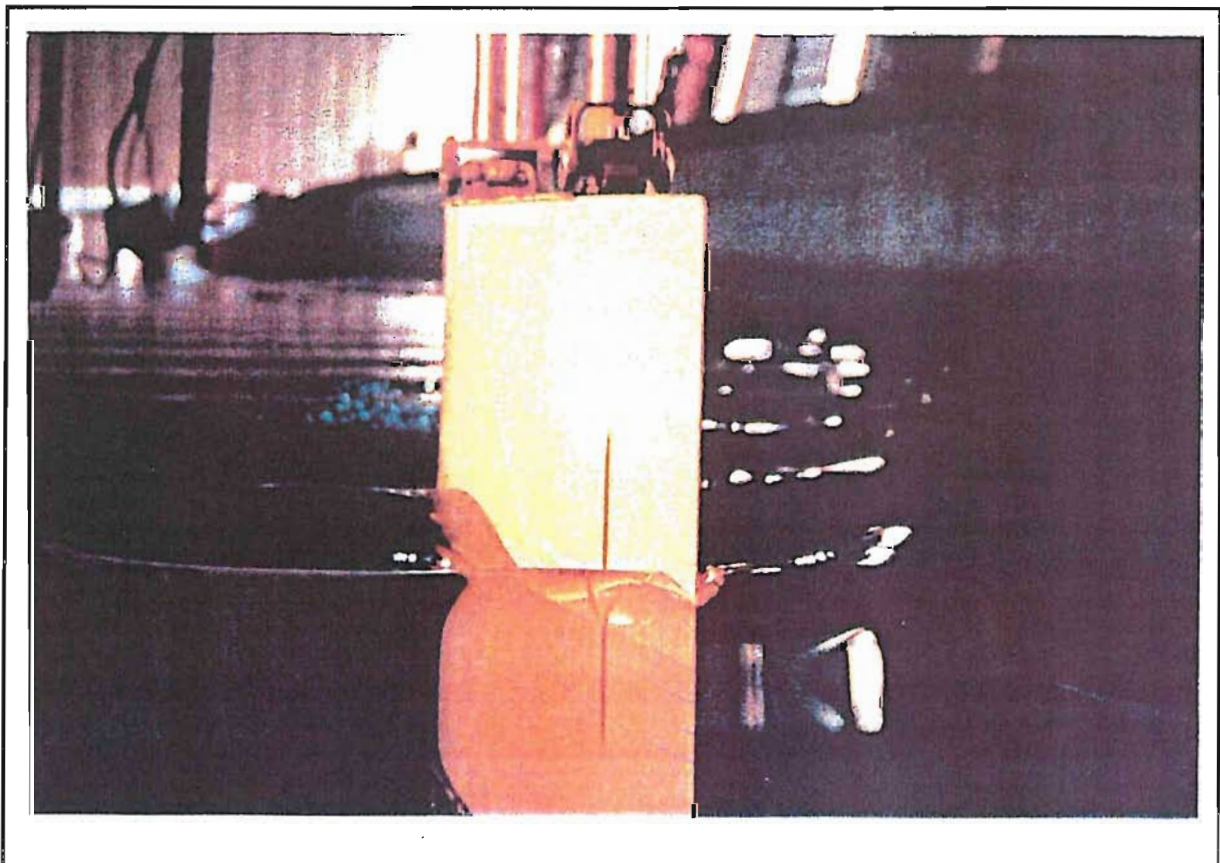
Aux faibles nombres de Froude,  $Fn < 0.250$ , les vagues sont quasi inexistantes. Dès que la vitesse croît,  $Fn \geq 0.250$ , le front de vague d'étrave forme un bourrelet perpendiculaire à l'axe longitudinal de la carène. Les tourbillons se développent de manière importante vers l'arrière et le côté lorsque le nombre de Froude augmente (Photographies 3.16 et 3.17).

A grandes vitesses,  $Fn \geq 0.391$ , la ligne de front de vague devient oblique par rapport à l'axe de la carène. La vague d'étrave déferle avec d'important remous (Photographie 3.18).

Le front de vagues est de type "normal free surface shock waves" pour les vitesses faibles et moyennes,  $Fn \leq 0.344$ , et change aux grandes vitesses pour devenir oblique.



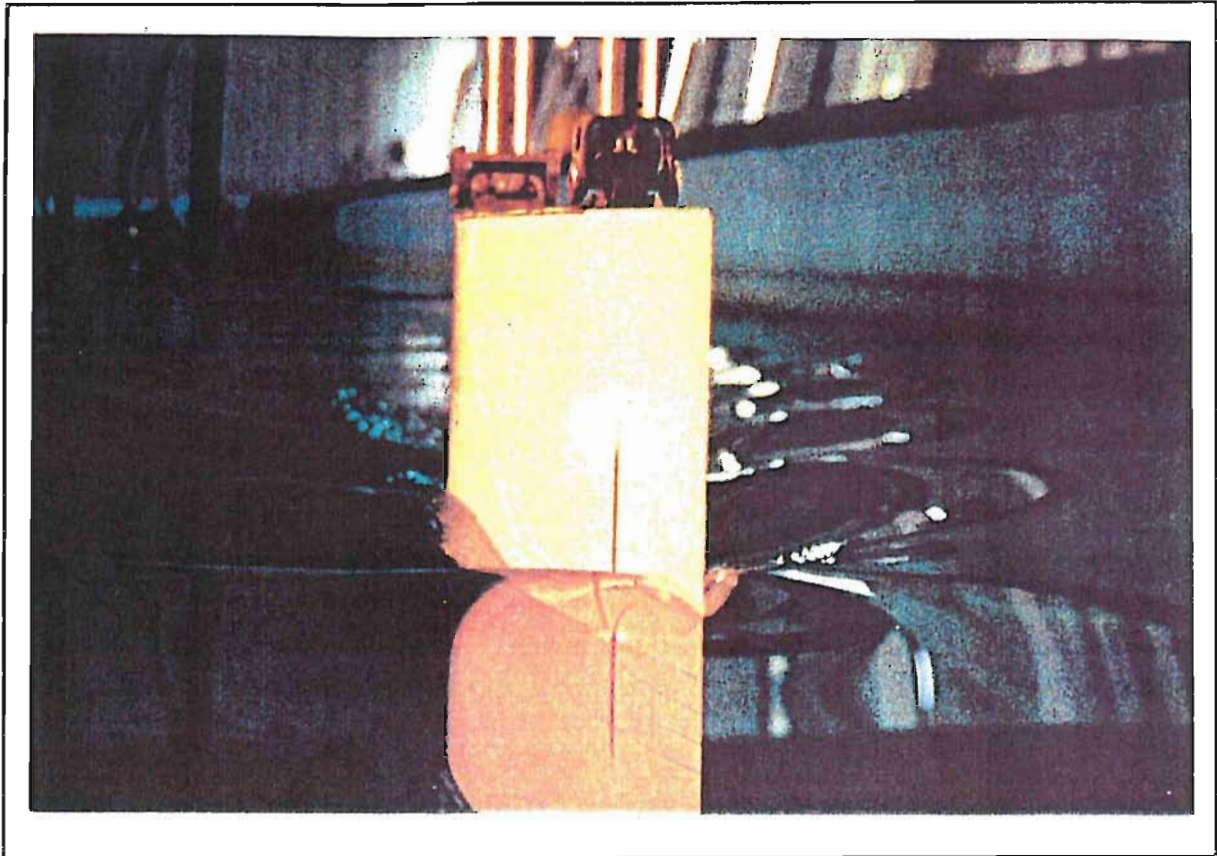
Photographie 3.1 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq10 à  $F_n = 0.250$



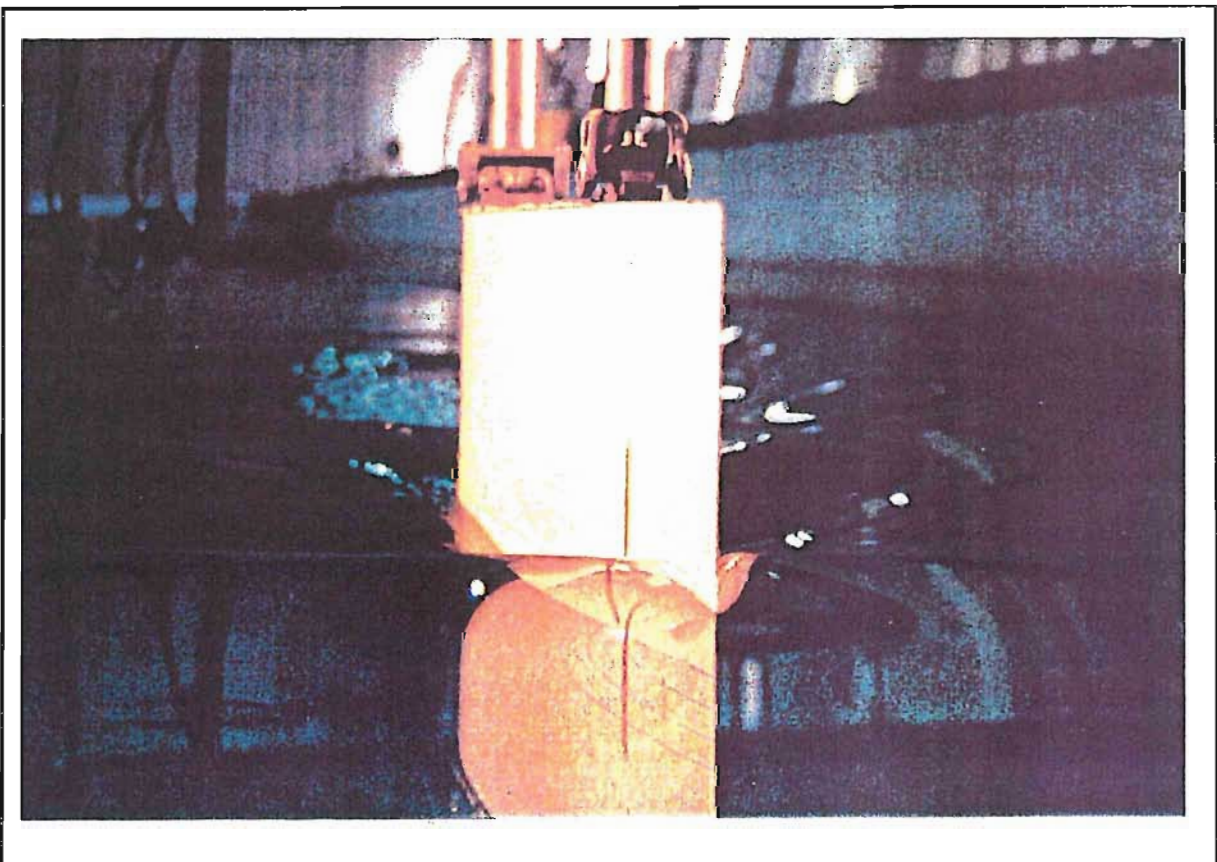
Photographie 3.2 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq10 à  $F_n = 0.297$





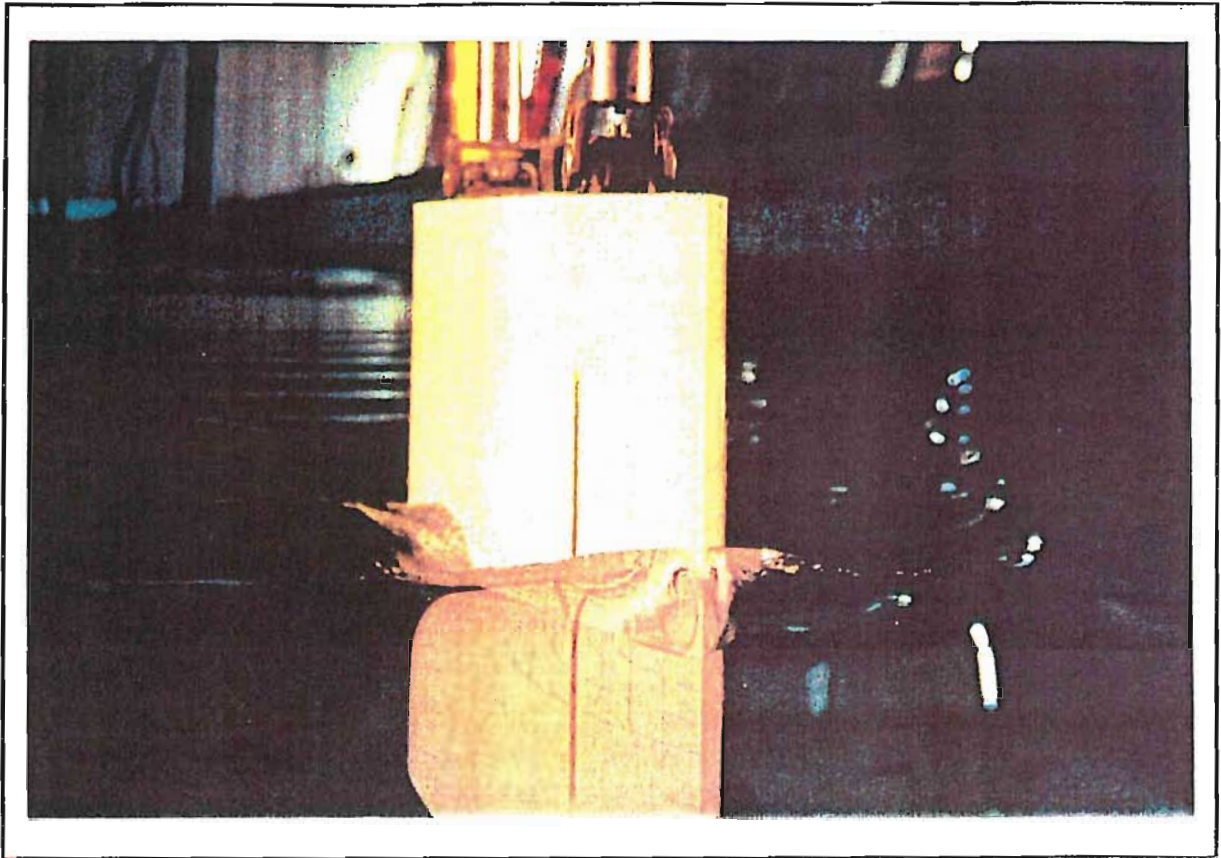


Photographie 3.3 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq10 à  $Fn = 0.344$

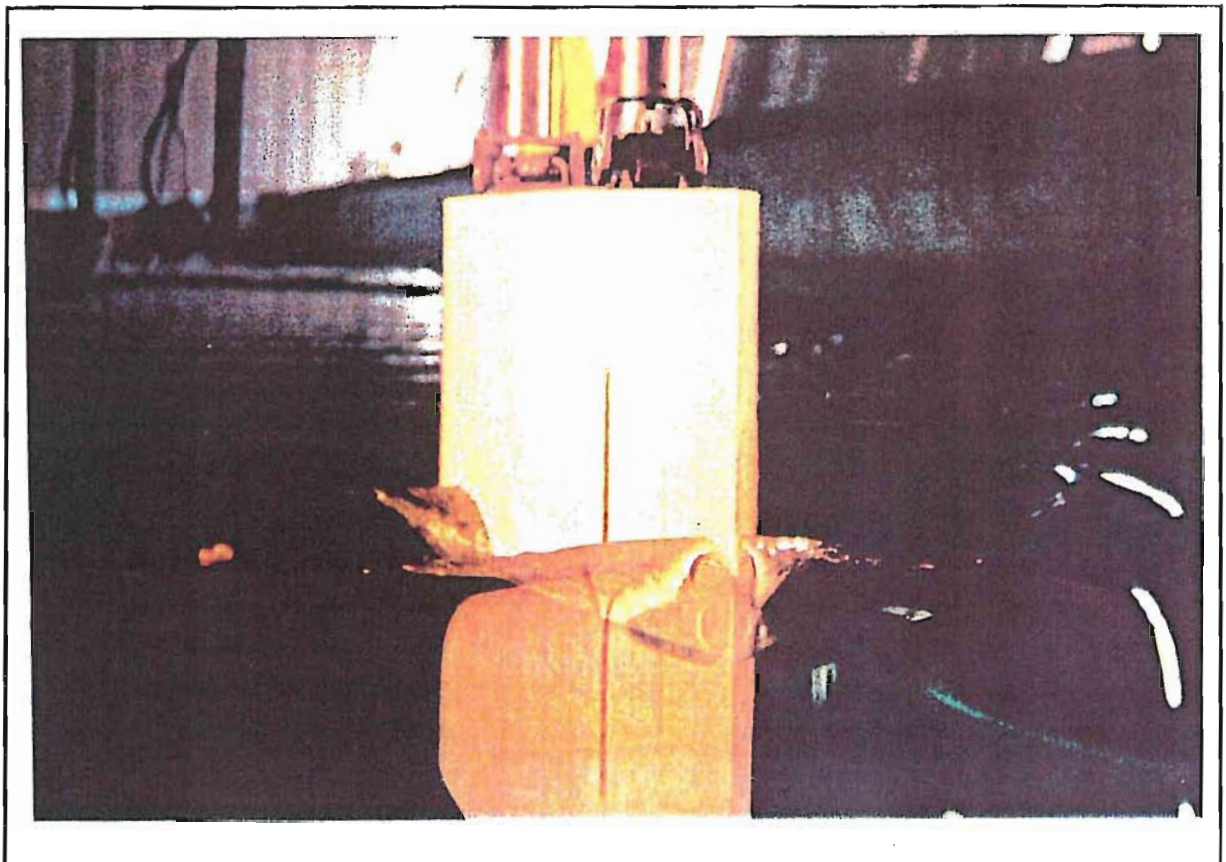


Photographie 3.4 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq10 à  $Fn = 0.391$



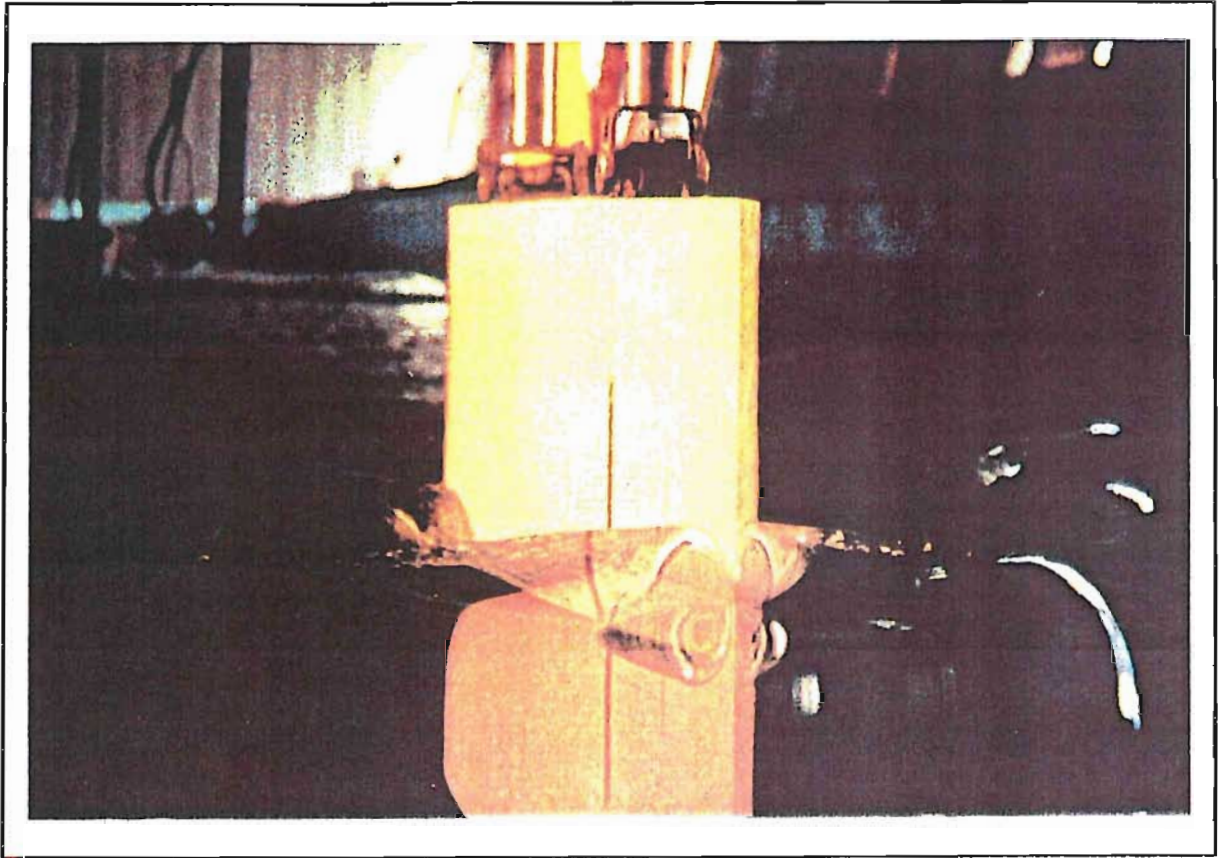


Photographie 3.5 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à  $F_n = 0.250$

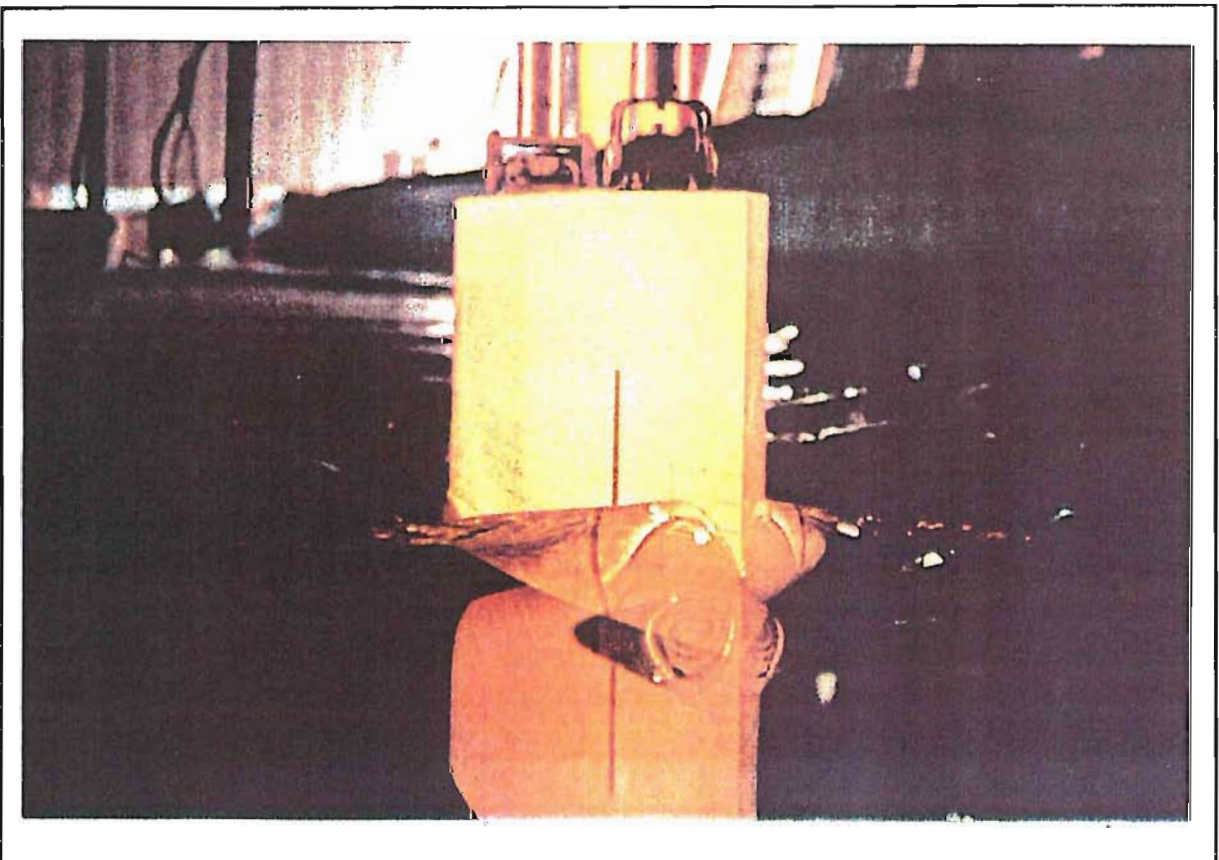


Photographie 3.6 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à  $F_n = 0.297$



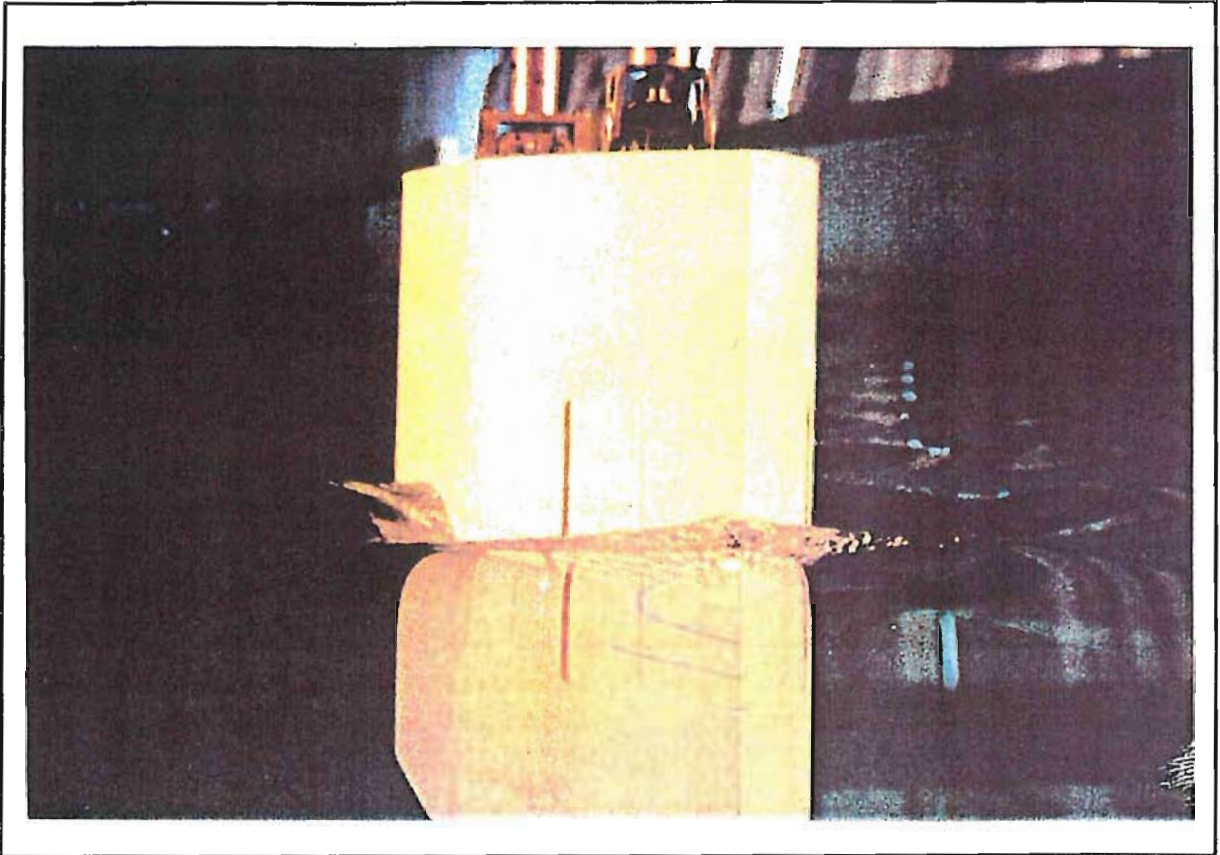


Photographie 3.7 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à  $F_n = 0.344$

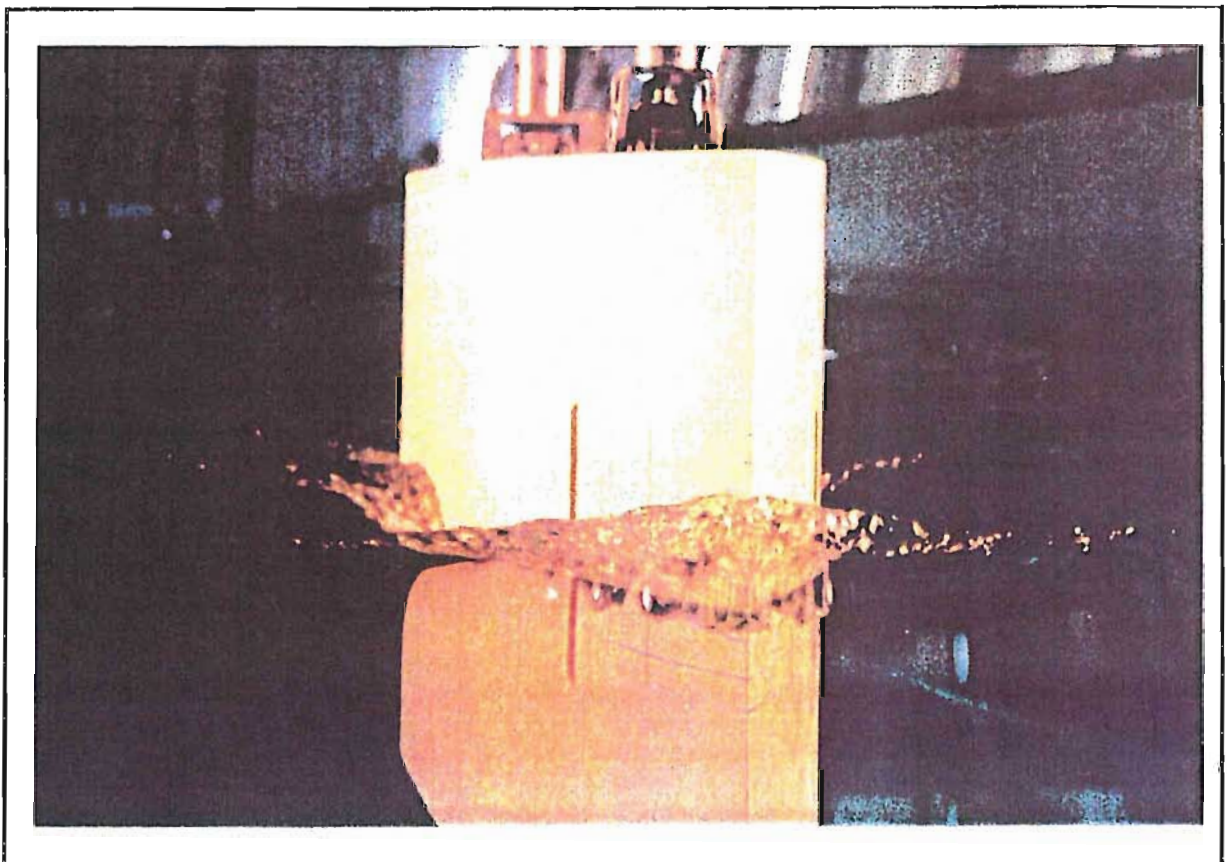


Photographie 3.8 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à  $F_n = 0.391$





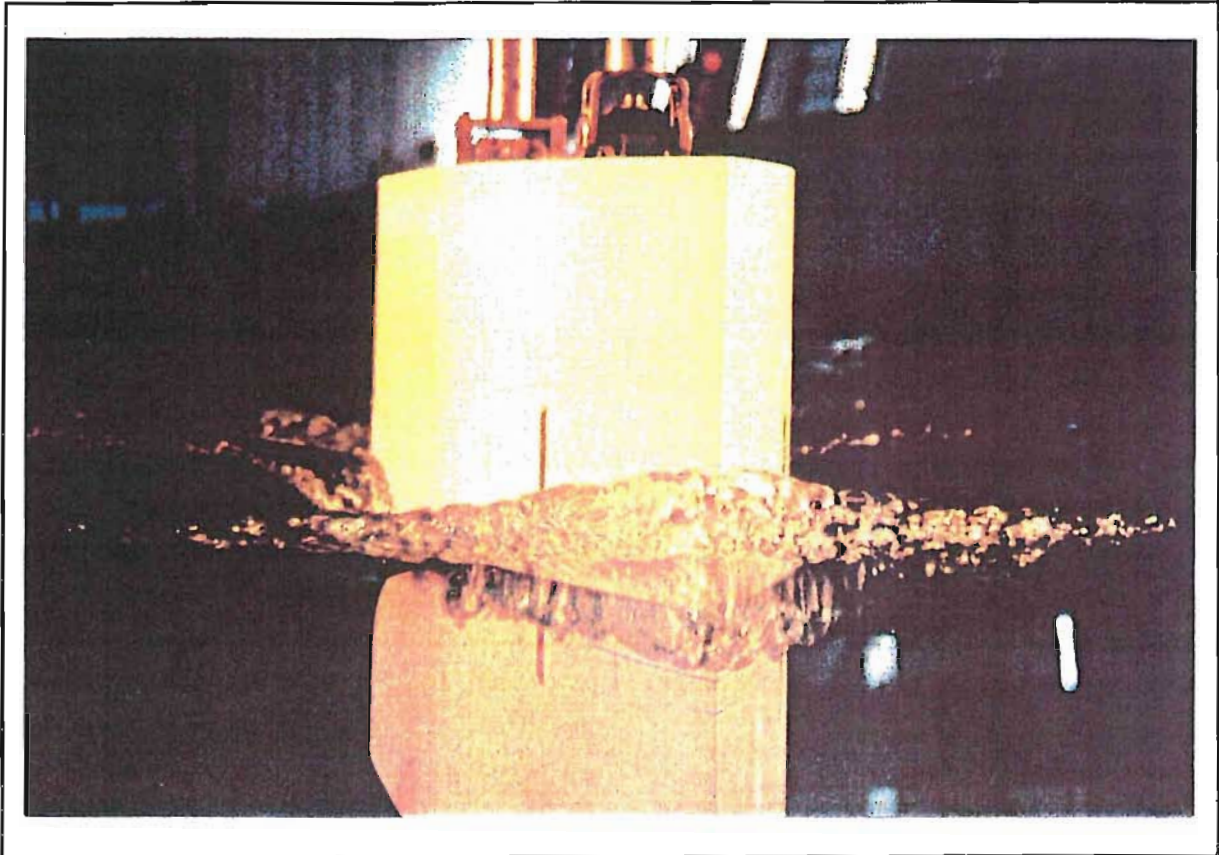
Photographie 3.9: Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à  $F_n = 0.250$



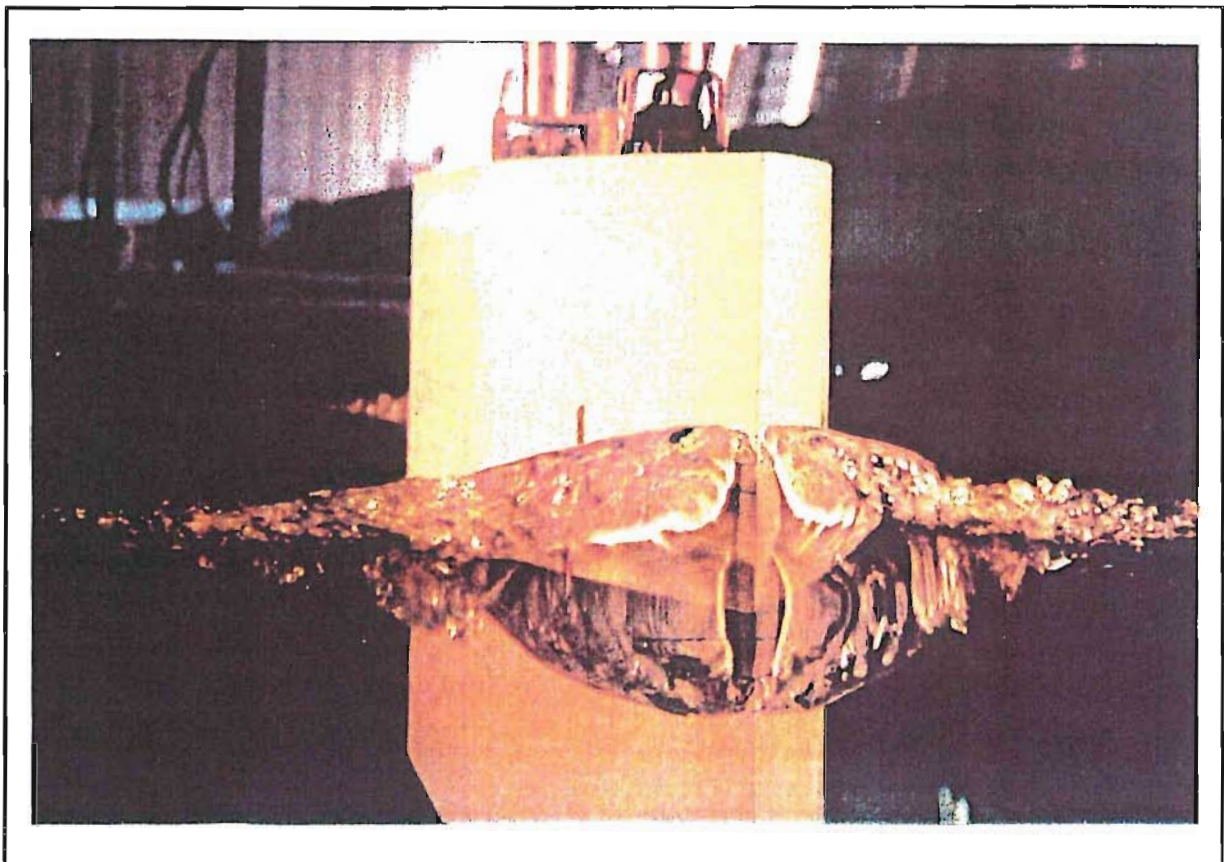
Photographie 3.10 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à  $F_n = 0.297$





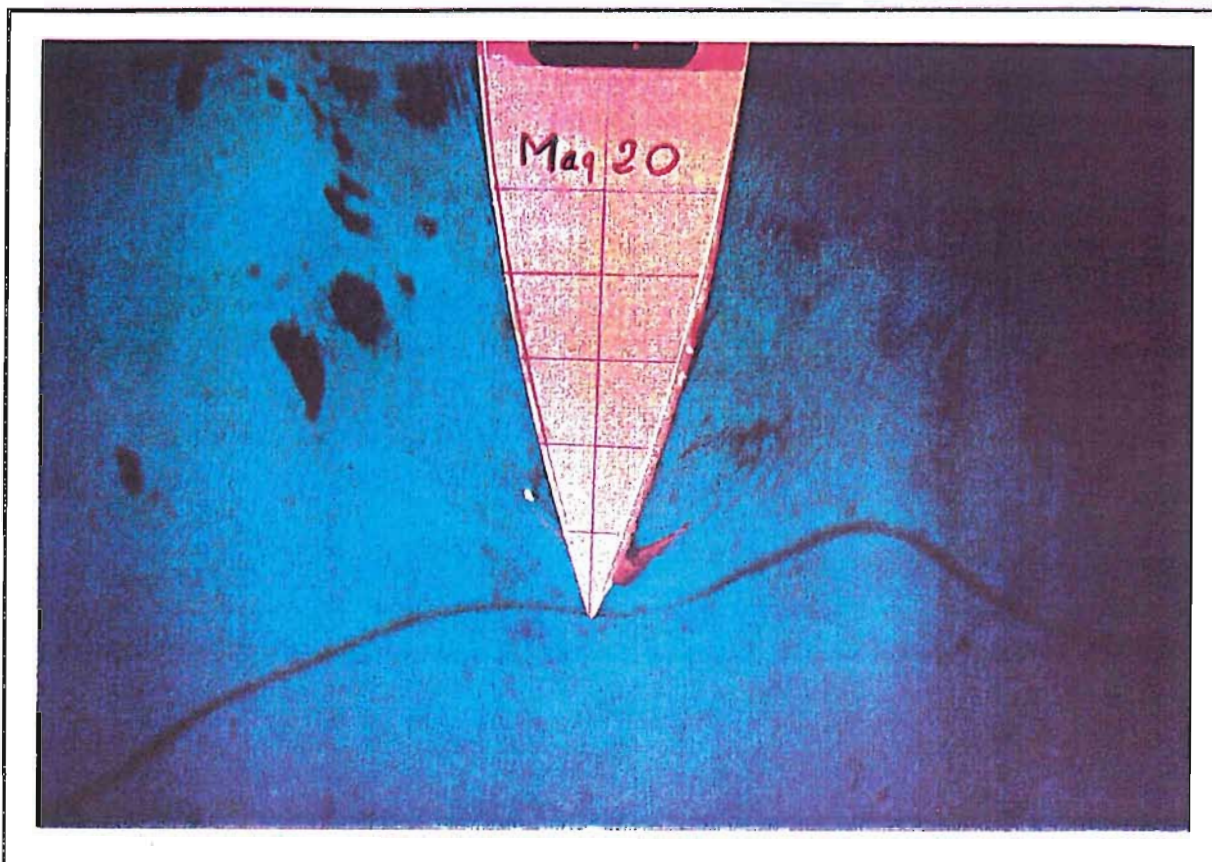


Photographie 3.11: Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à  $F_n = 0.344$

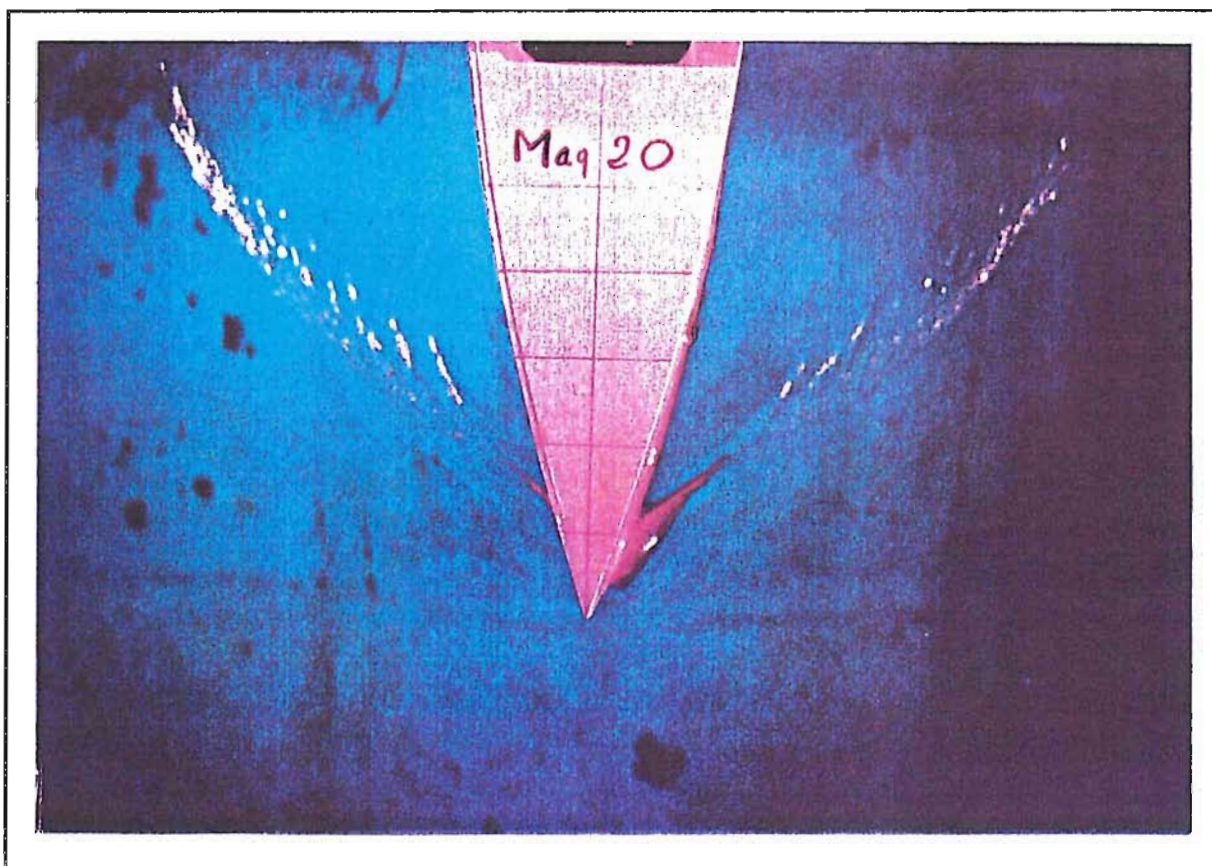


Photographie 3.12 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à  $F_n = 0.391$



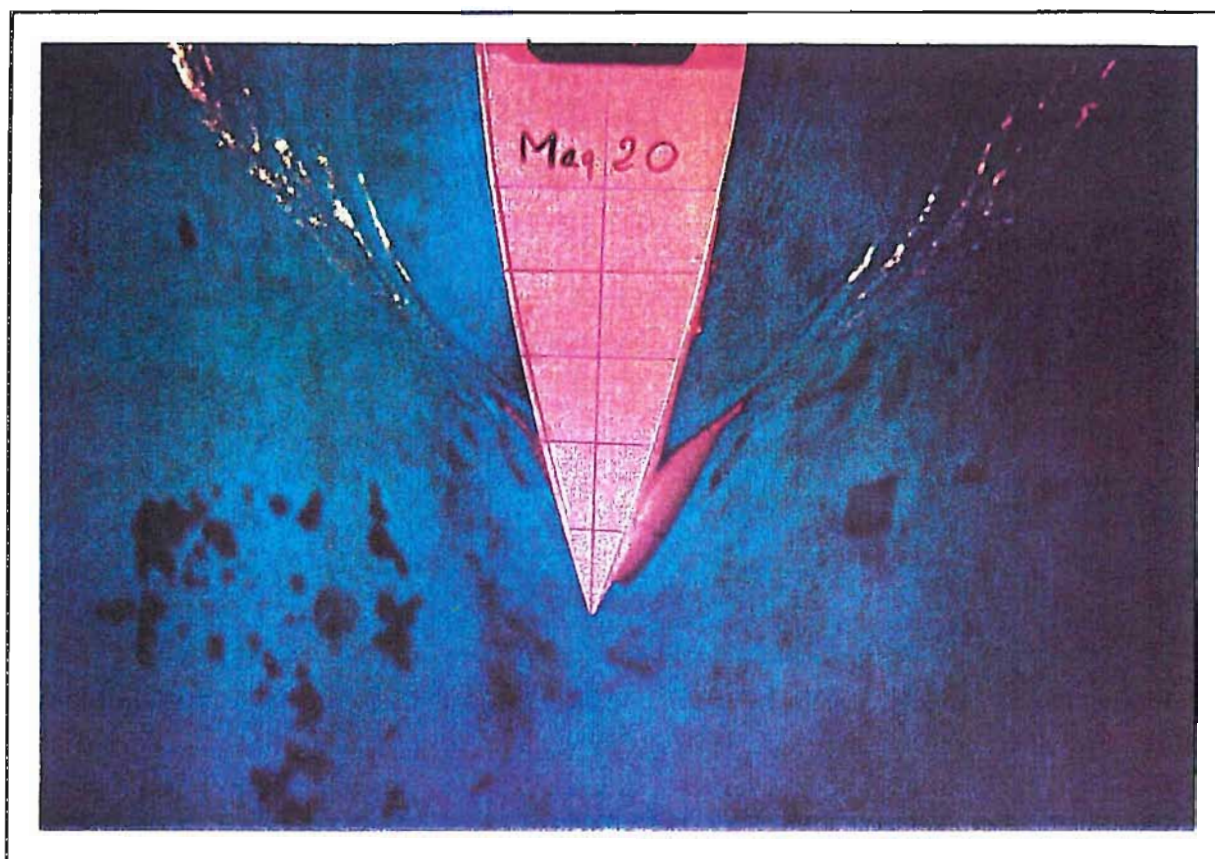


Photographie 3.13 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à  $F_n = 0.250$

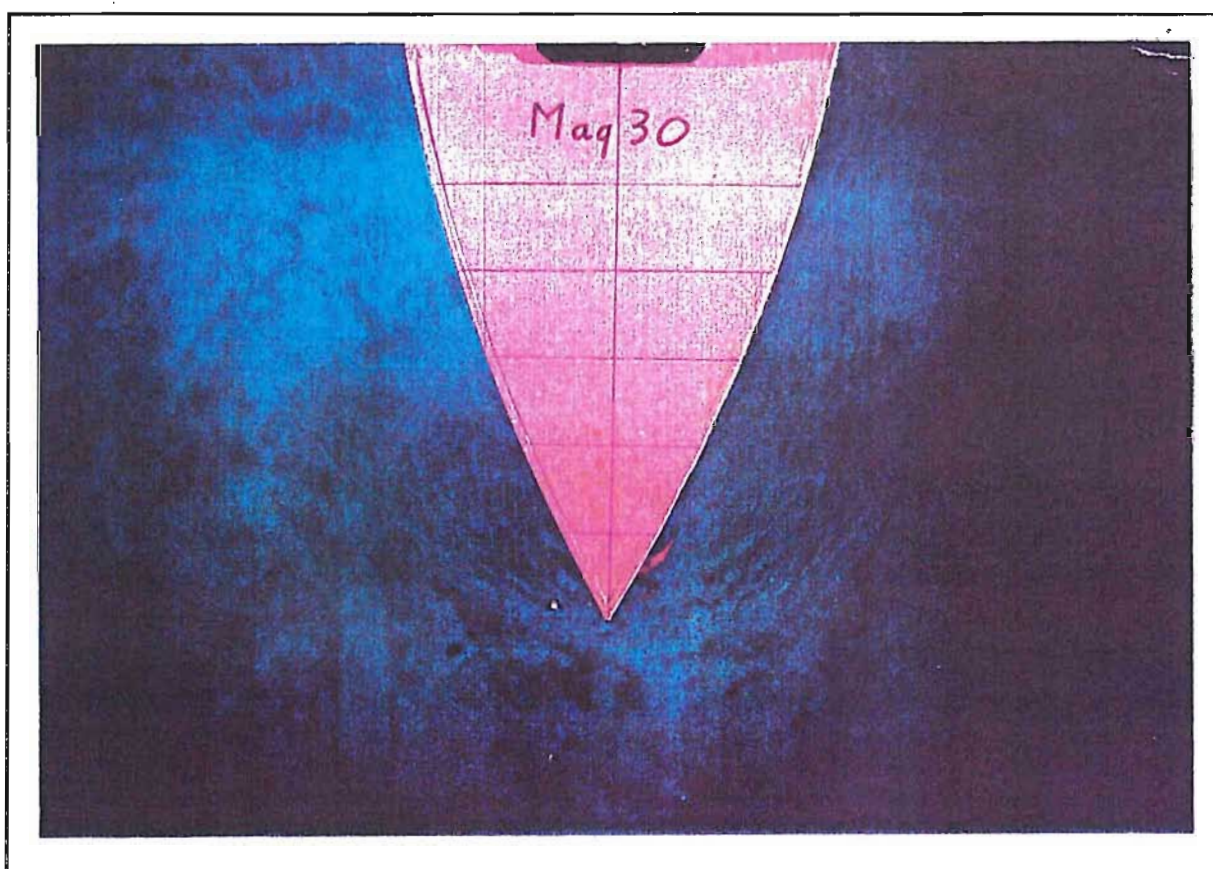


Photographie 3.14 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à  $F_n = 0.344$



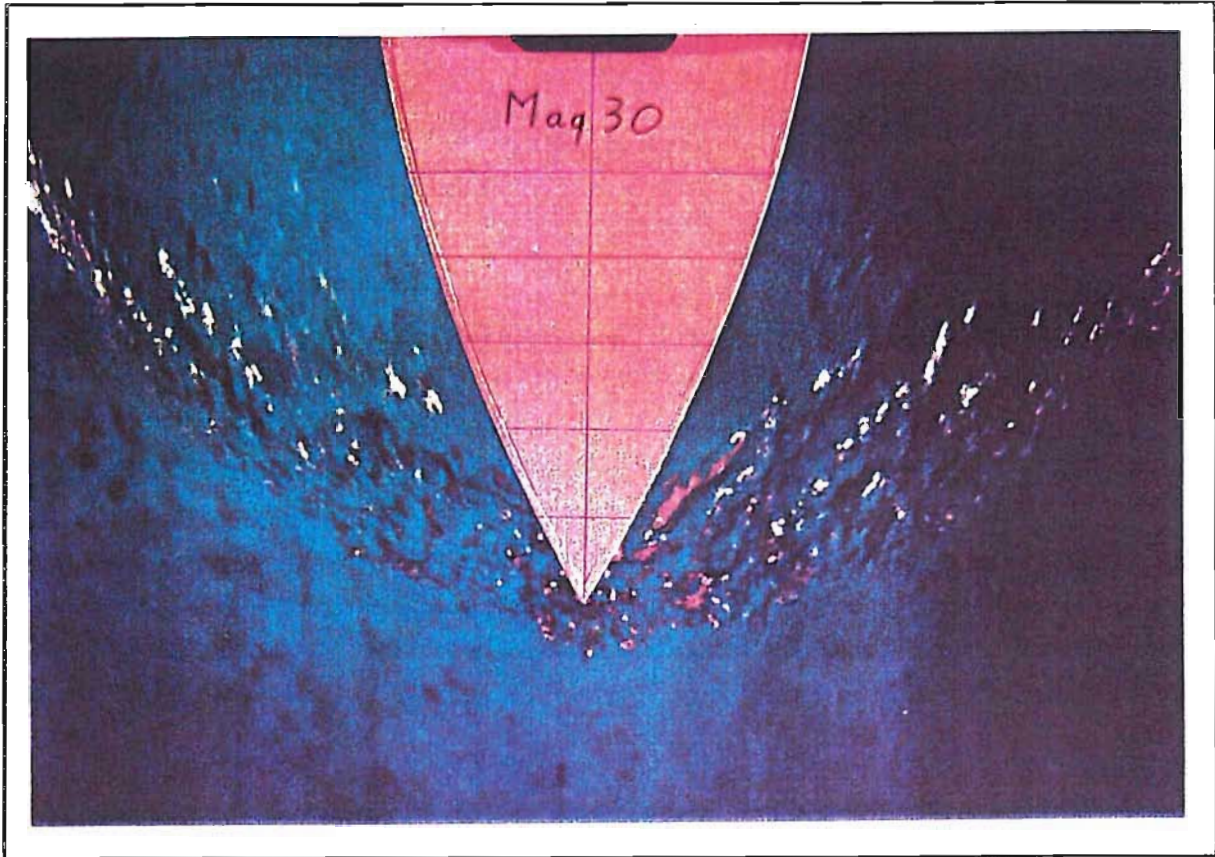


Photographie 3.15 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq20 à  $F_n = 0.417$

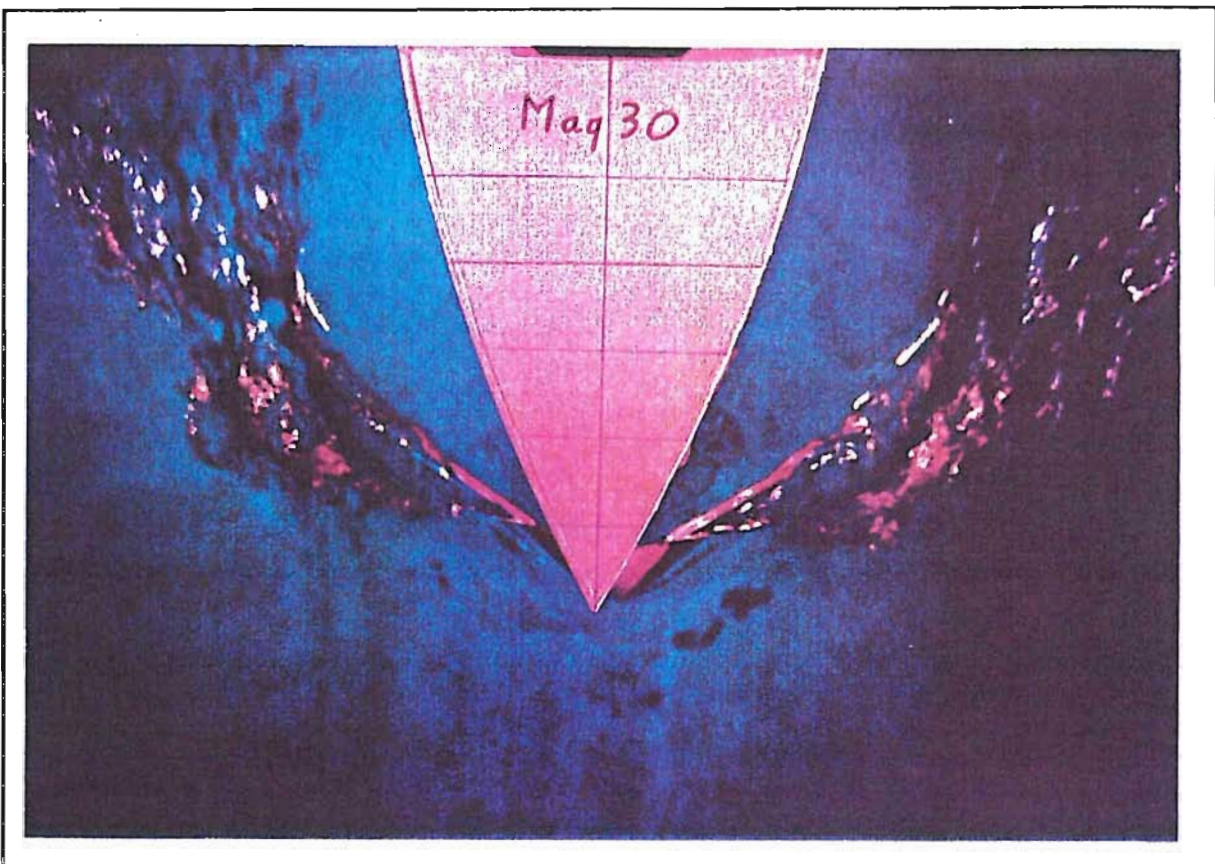


Photographie 3.16 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à  $F_n = 0.250$





Photographie 3.17 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à  $F_n = 0.344$



Photographie 3.18 : Aspect de la vague d'étrave pour Maq30 à  $F_n = 0.417$





### 3.3 - COMPARAISON DES HAUTEURS DE VAGUES D'ETRAVE.

L'évolution des hauteurs maximales de vagues d'étrave relevées sur les photographies est pratiquement linéaire avec le nombre de Froude et en rapportant cette hauteur au sinus de l'angle  $2\alpha$  du dièdre d'étrave les courbes se regroupent sensiblement comme on peut le voir sur la figure 3.7.

En première approximation il est donc possible de dire que la hauteur de vague d'étrave est fonction de  $\text{Sin}2\alpha$  et évolue linéairement avec le nombre de Froude.

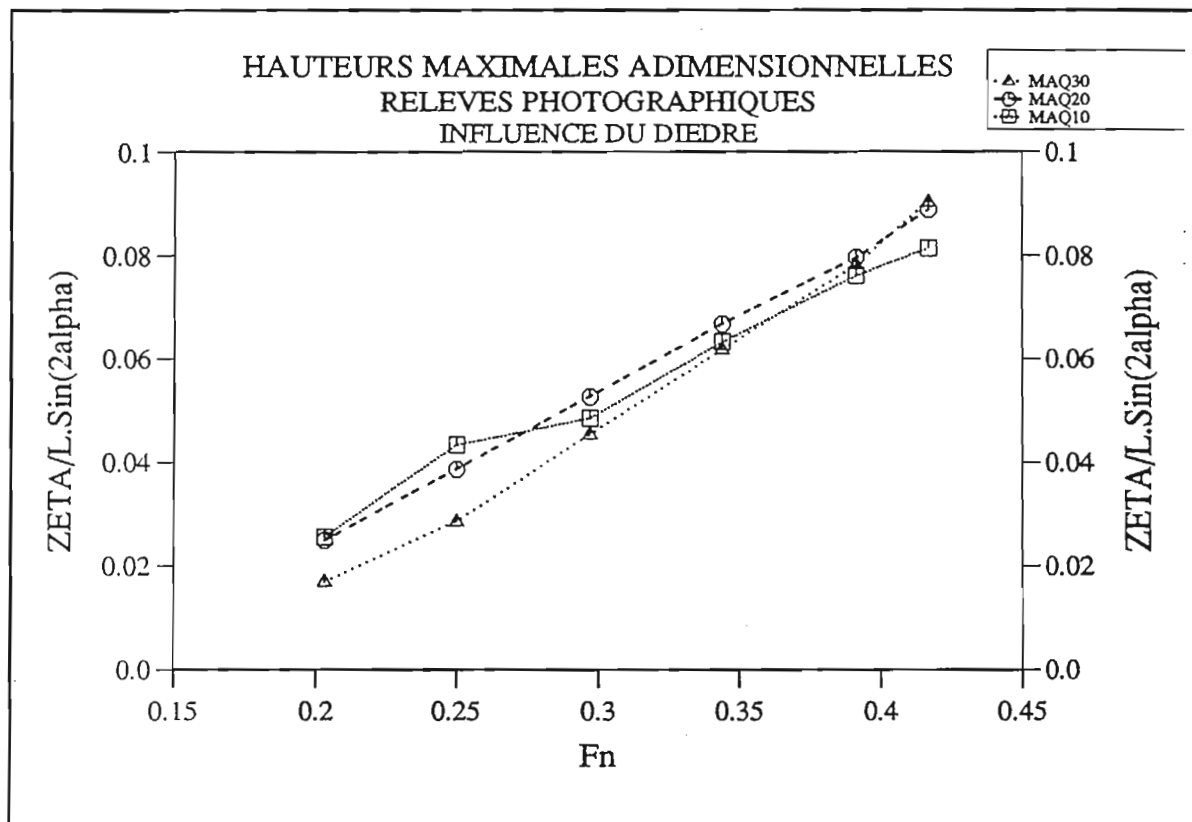


Figure 3.1 : Comparaison des hauteurs de vagues d'étrave en fonction de l'angle du dièdre.

### 3.4 - PROFILS DE VAGUES

La comparaison à vitesse donnée des profils de vagues relevés sur les photographies pour les trois maquettes montre une augmentation de la hauteur de vague d'étrave avec le dièdre d'étrave et la vitesse d'avance. Cette vague est située sensiblement aux mêmes abscisses pour Maq10 et Maq20 et elle est plus avancée pour Maq30 (Figures 3.2 à 3.7).

Comme la vague d'étrave les autres crêtes sont d'autant plus hautes que  $\alpha$  est grand. Ces crêtes sont situées sensiblement aux mêmes abscisses pour les nombres de Froudes  $F_n \leq 0.297$ , au-delà les abscisses diffèrent sans que l'on puisse en tirer une loi générale.

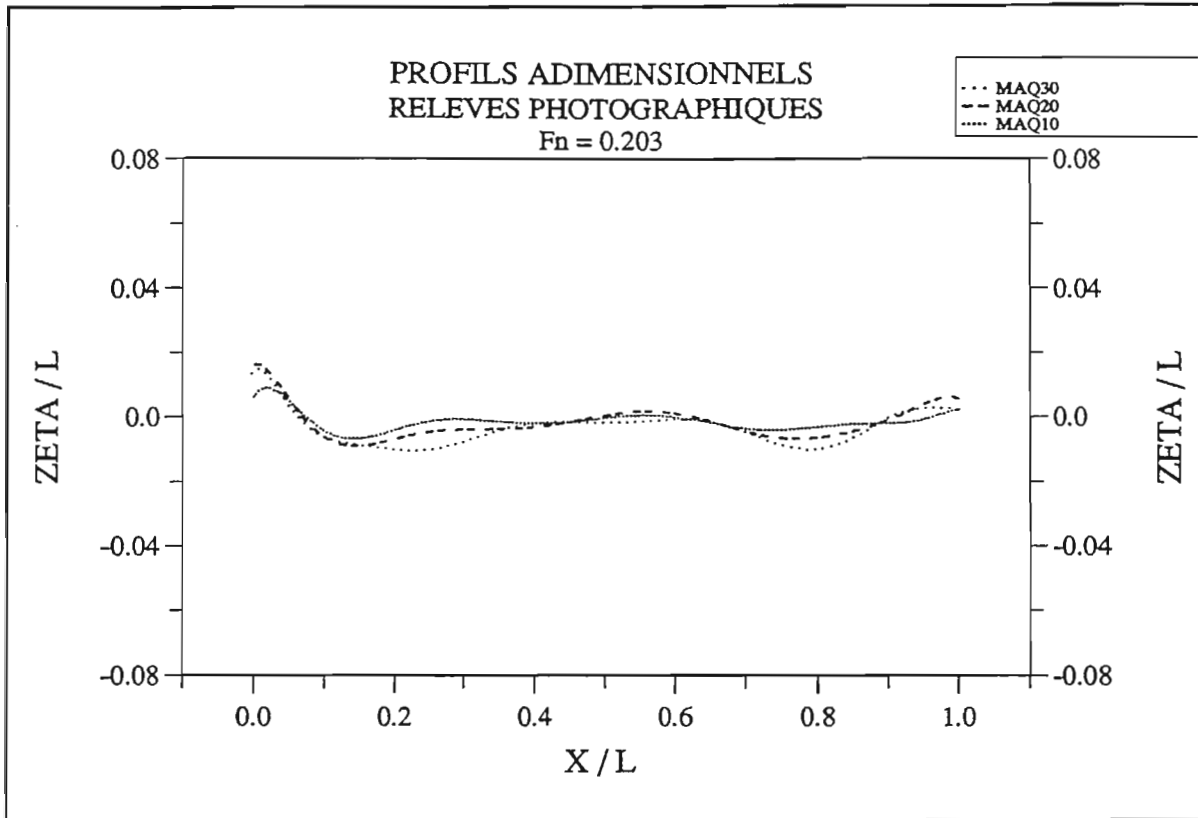


Figure 3.2 : Comparaison des profils de vagues à  $Fn = 0.203$

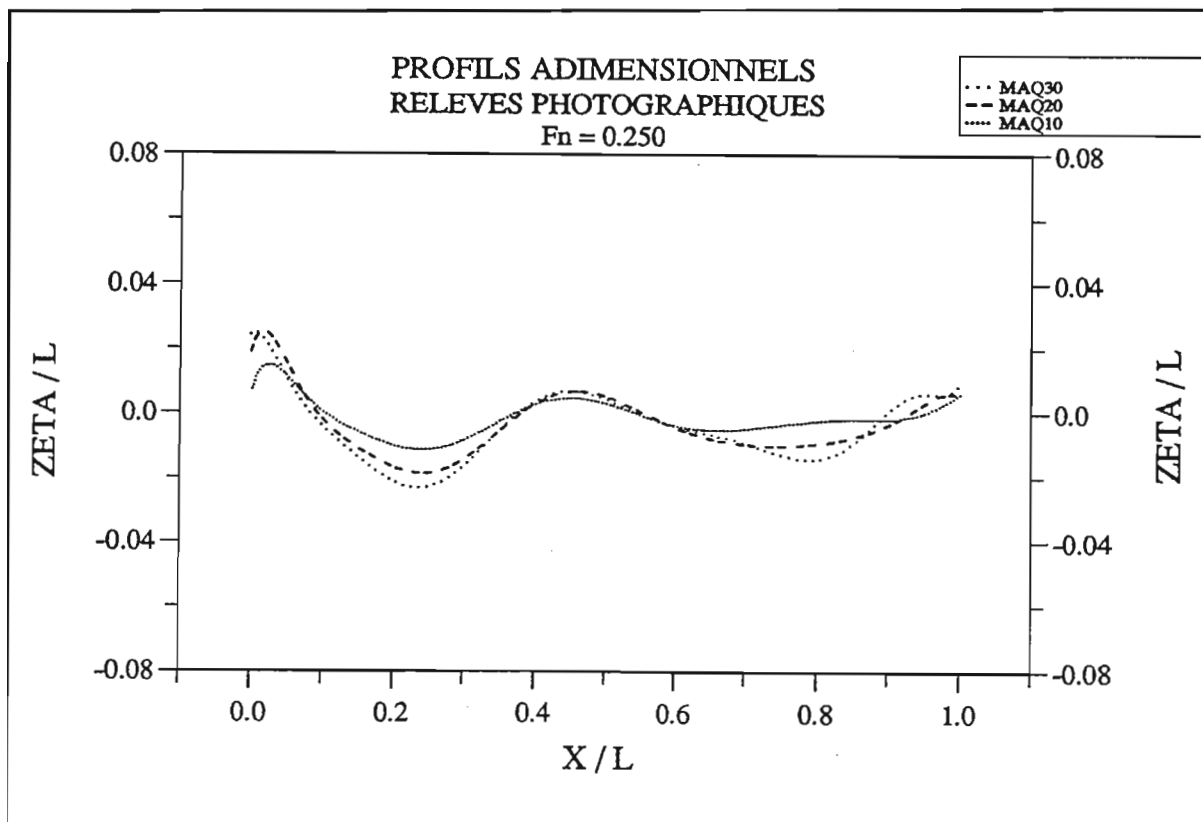


Figure 3.3 : Comparaison des profils de vagues à  $Fn = 0.250$

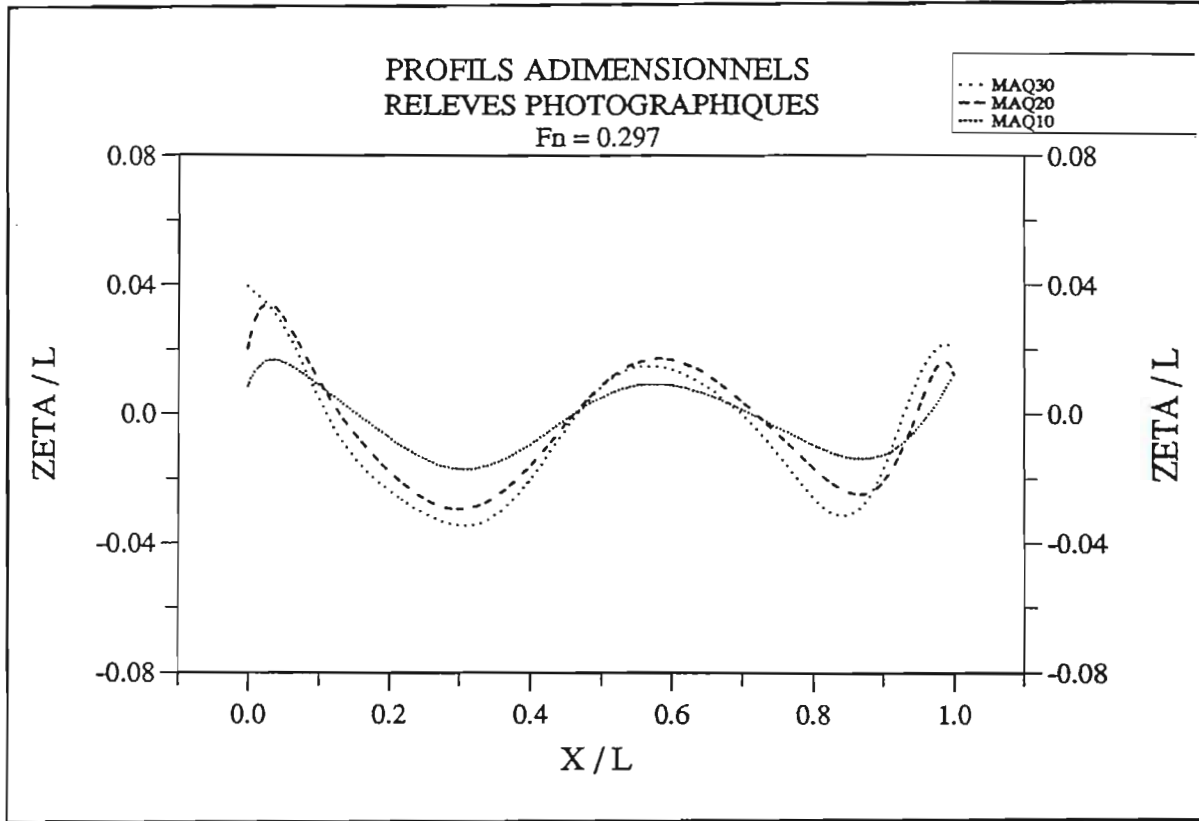


Figure 3.4 : Comparaison des profils de vagues à  $F_n = 0.297$

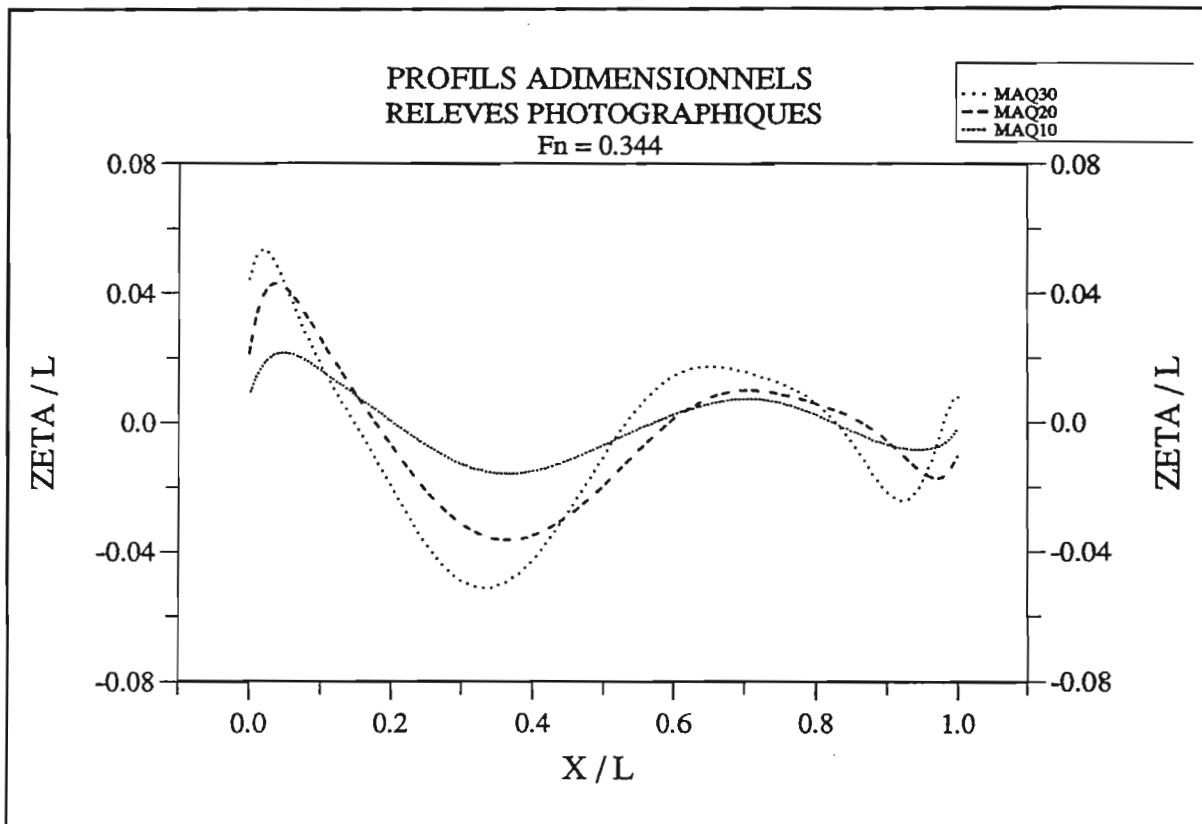


Figure 3.5 : Comparaison des profils de vagues à  $F_n = 0.344$

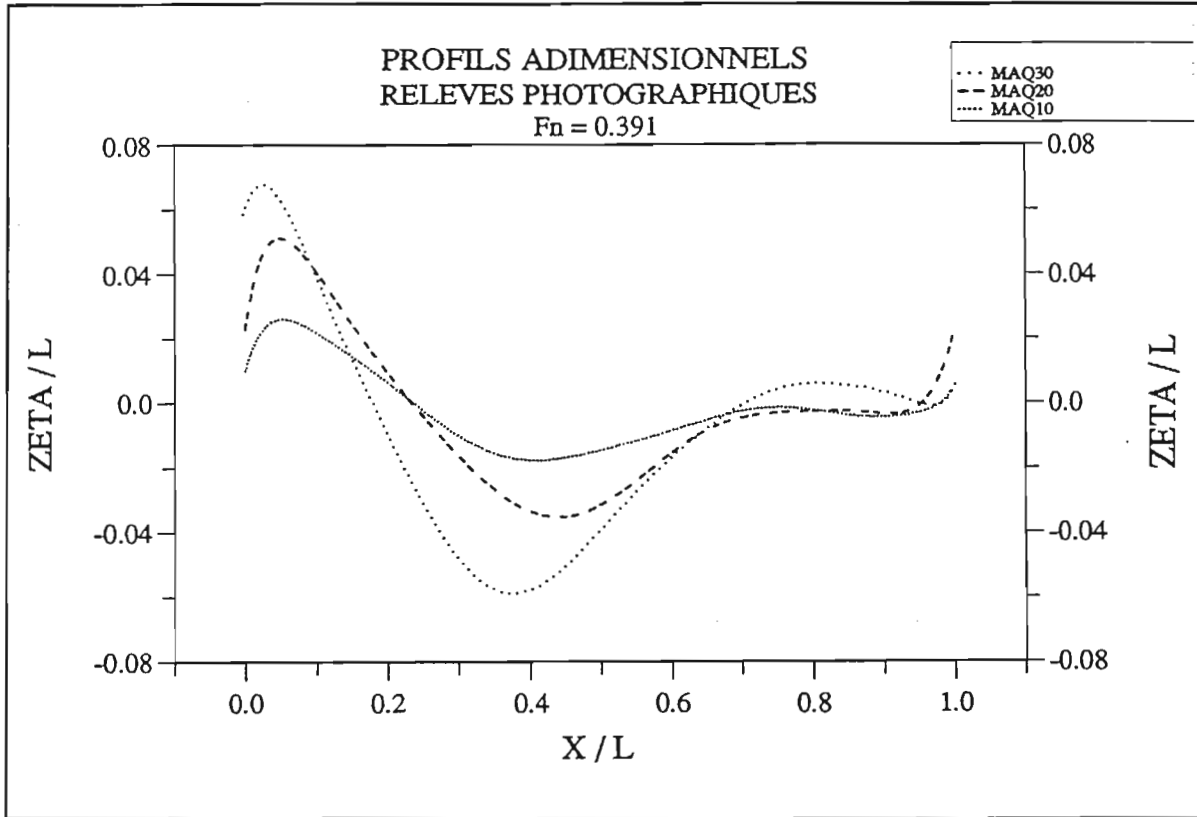


Figure 3.6 : Comparaison des profils de vagues à  $F_n = 0.391$

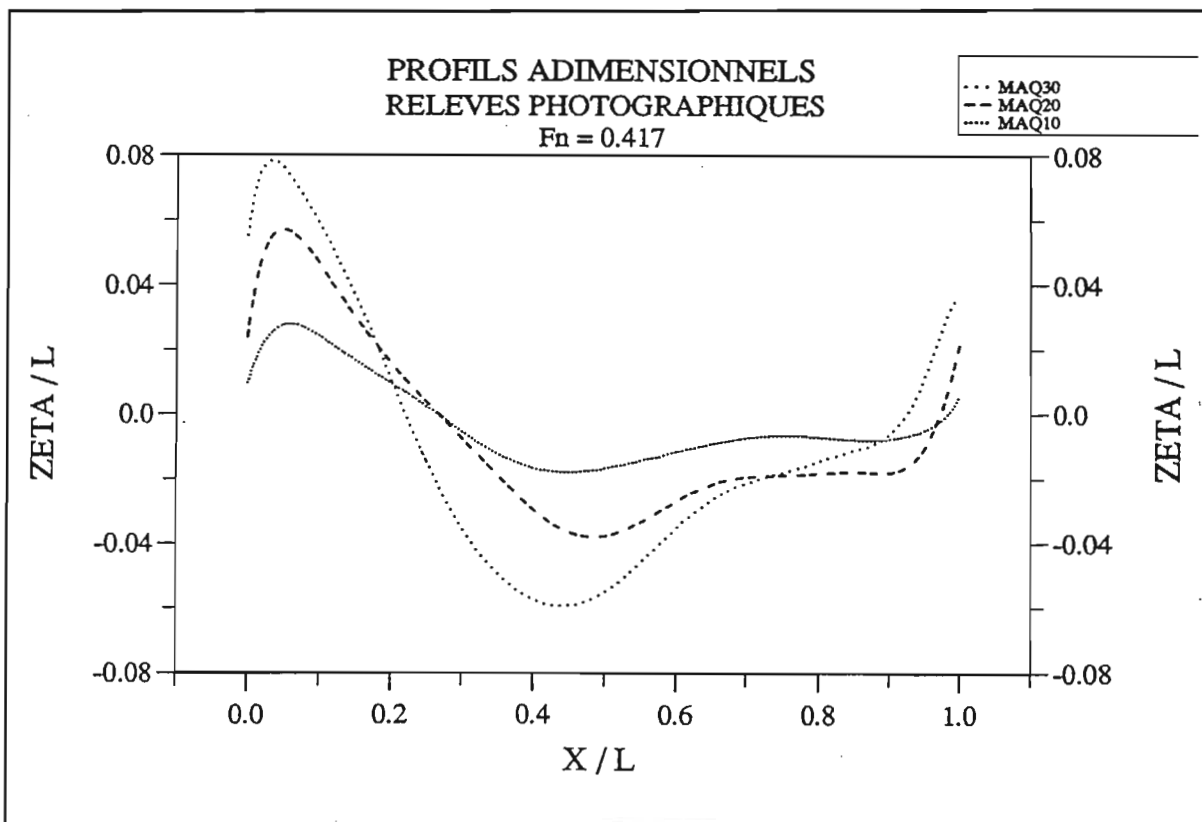


Figure 3.7 : Comparaison des profils de vagues à  $F_n = 0.417$

### 3.5 - ESSAIS DE TRACTION

Nous avons aussi cherché l'influence du dièdre d'étrave sur les efforts de résistance totale et de résistance de vagues pour les résultats dont nous disposons soit pour Maq20 et Maq30.

La figure 3.8 montre que l'allure des courbes des coefficients de résistance totale  $C_T$  est la même avec des écarts quasi constants lorsque  $0.150 \leq Fn \leq 0.313$ . Les écarts sont très nets aux grands nombres de Froude,  $Fn \geq 0.313$ .

Les écarts constatés aux très faibles nombres de Froude ne sont pas significatifs car, comme nous l'avons dit au chapitre 2, les incertitudes sur ces mesures sont de l'ordre de 100%.

La figure 3.9 montre que les coefficients de résistance de vagues  $C_w$  sont influencés par l'angle du dièdre puisque les deux courbes  $C_w / \sin^2\alpha$  sont quasiment confondues pour  $0.150 \leq Fn \leq 0.313$ .

Les coefficients sont très différents lorsque  $Fn \geq 0.313$ . Faut-il voir une influence du déferlement sur les résultats concernant les grands nombres de Froude?

C'est difficile à dire car si la vague déferlante n'apparaît en tant que telle sur Maq30 qu'à  $Fn \geq 0.344$ , le bourrelet instationnaire existe dès les basses vitesses. De plus la vague d'étrave de Maq20 forme une voûte d'eau dès  $Fn = 0.250$ .

Il nous paraît difficile de conclure avec les données actuelles.

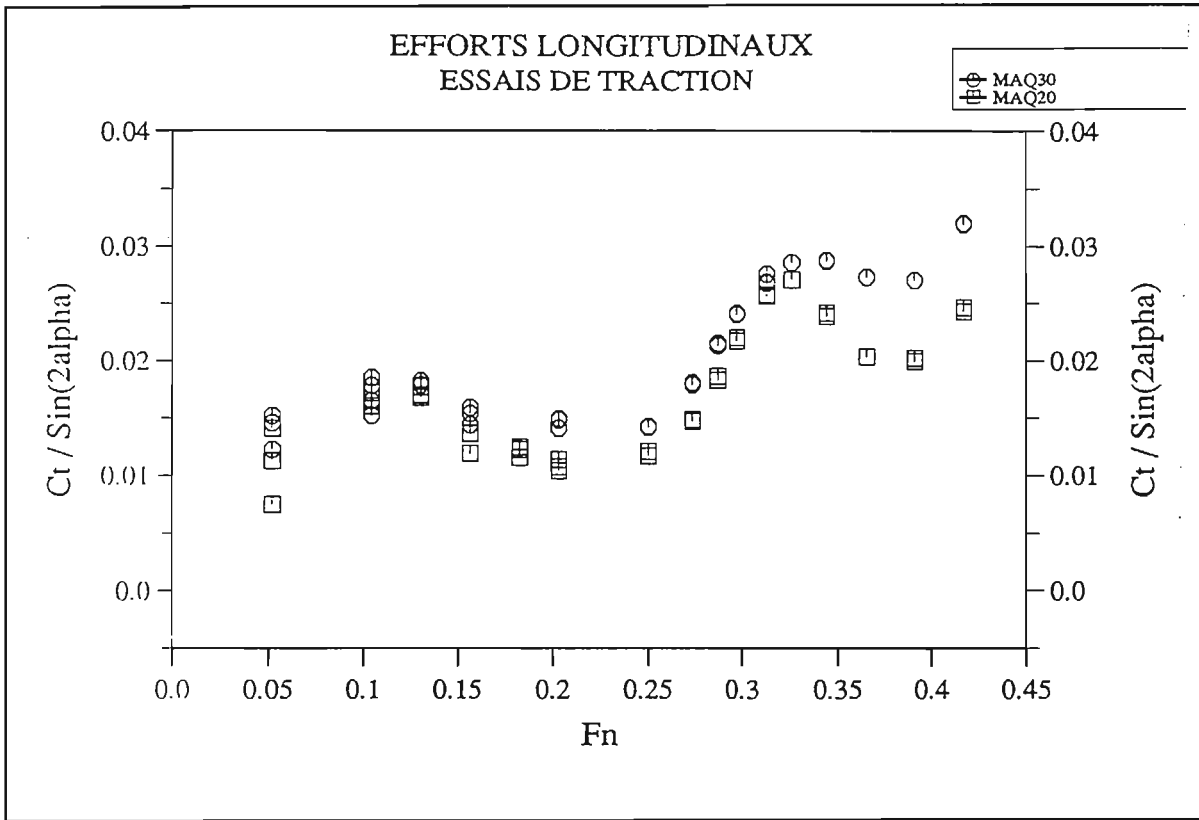


Figure 3.8 : Comparaison des  $C_T$  en fonction de l'angle du dièdre.

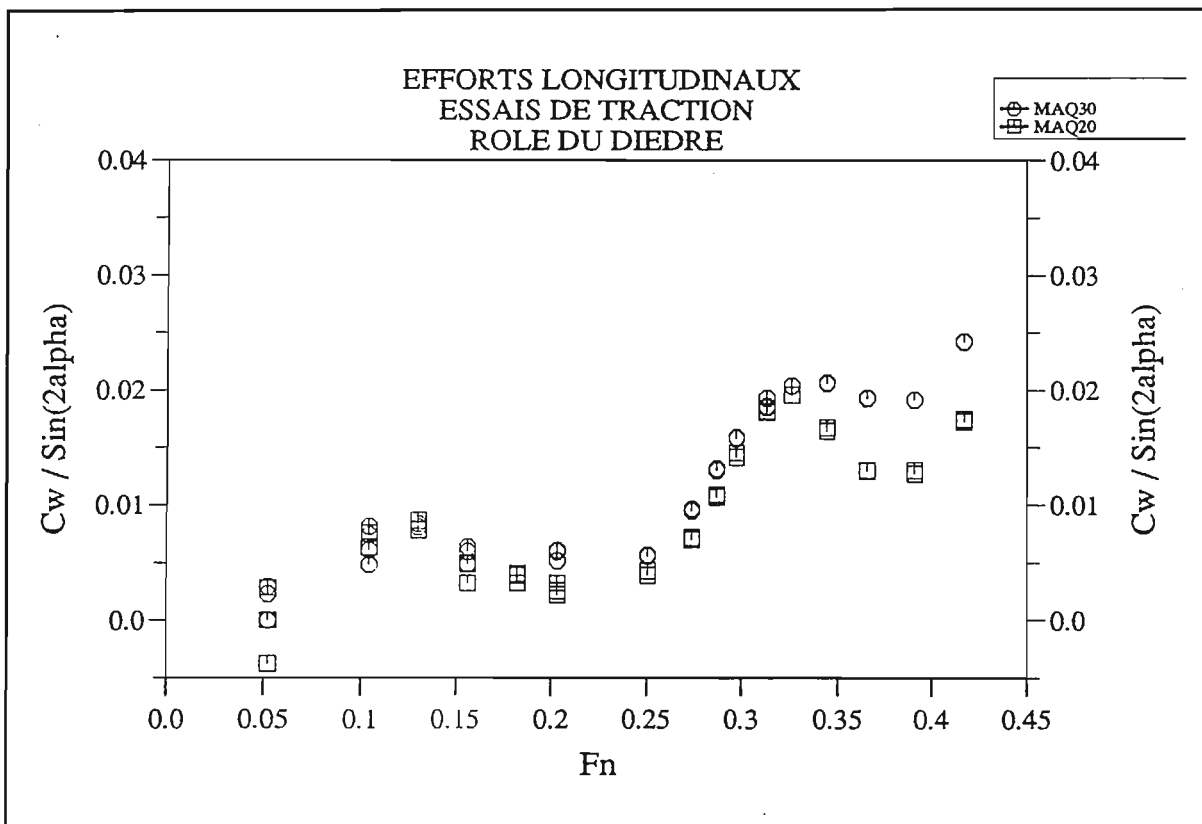


Figure 3.9 : Comparaison des  $C_w$  en fonction de l'angle du dièdre.

## CHAPITRE 4

### RAPPELS DES THEORIES DE LA RESISTANCE DE VAGUES.

Le champ de vitesses de perturbation qui accompagne une carène en déplacement sur ou au voisinage d'une surface libre déforme celle-ci en rompant l'équilibre des forces purement hydrostatiques qui la maintenait horizontale et génère un train de vagues. A l'énergie dépensée pour générer ces vagues correspond une force de traînée dont l'amplitude sera bien évidemment liée à celles des ondes créées. Ainsi l'étude de la déformée de surface libre sera toujours étroitement liée à la détermination de la résistance à l'avancement d'une carène.

Le "problème de la résistance de vagues" est en fait celui du calcul de l'écoulement autour d'une carène en déplacement uniforme sur une surface libre au repos. L'hypothèse du fluide parfait, faite par la majorité des auteurs, est à la base des solutions rappelées ici. Pour tous ces schémas, la viscosité étant négligée, la traînée calculée en faisant, par exemple, la somme des forces de pression sur la surface mouillée s'identifie à la résistance de vagues.

Après un rappel historique nous rappelons dans ce chapitre la principale formulation de ce problème ainsi que la justification des différents schémas plus ou moins simplifiés qui peuvent en découler.

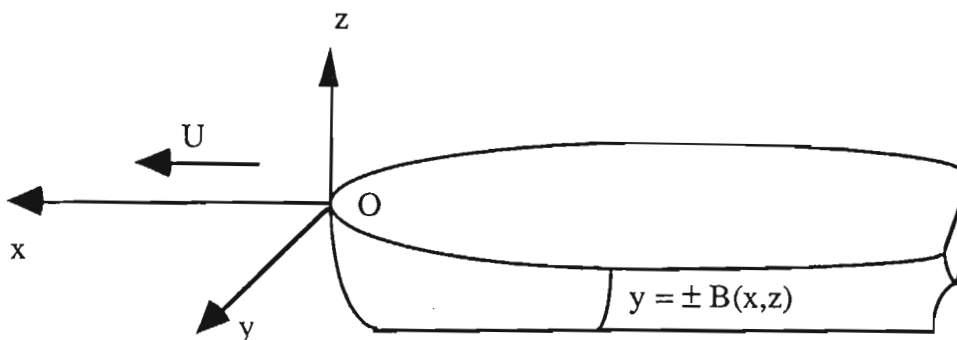


Figure 4.1 : Schéma de la carène avec vitesse d'avance.



## 4.1 - HISTORIQUE DE L'EVALUATION DE LA RESISTANCE DE VAGUES

### 4.1.1 - Première formulation du potentiel pour les carènes minces : les travaux de Michell .

C'est en 1898 que Michell, le premier, propose une formulation du potentiel et une résolution du problème de la résistance de vagues basée sur l'utilisation des transformées de Fourier.

La carène  $y = \pm B(x,z)$  est mince, le rapport  $B / L$  de sa largeur maximale par sa longueur est de carré négligeable ainsi que les gradients  $B_x$  et  $B_z$ . La carène avance à la vitesse constante  $U$  dans la direction  $Ox$ ,  $Oz$  est l'axe vertical ascendant.

Michell définit le potentiel tridimensionnel  $\phi$  comme étant l'original de sa transformée de Fourier qui annule les vagues en avant de l'étrave [6], [12].

En utilisant la relation de Bernoulli au premier ordre, le potentiel permet de déterminer la déformée de surface libre :

$$\zeta(x,y,z) = -\frac{U}{g} \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{z=\zeta} \quad (4.1).$$

La résistance de vagues est obtenue par intégration des pressions sur la carène :

$$R_w = -\iint_S \rho g \zeta \cdot \vec{n} \cdot \vec{i} \, dS \quad (4.2).$$

L'expression analytique de  $\zeta$  est très lourde et, d'après Brard, la formulation de Michell a été accueillie par une quasi indifférence de la part des architectes navals et des ingénieurs de l'époque. De nombreuses raisons à cela : la lourdeur des calculs, l'utilisation intensive de l'analyse de Fourier, les hypothèses qui paraissent trop restrictives.

### 4.1.2 - Théorie du potentiel de Havelock.

En 1927 Havelock propose une nouvelle formulation du potentiel [6], [12]. Cette théorie est bien accueillie car elle paraît plus puissante que la précédente du fait de l'utilisation des fonctions de Green.

La méthode de Havelock et celle de Michell donnent la même formulation de la résistance de vagues :

$$R_w = 16\pi\rho k_0^2 \int_0^{\pi} d\theta \sec^3 \theta |H(\theta, k_0 \sec^2 \theta)|^2 \quad \text{avec } k_0 = \frac{g}{U^2}, \quad (4.3),$$

où  $H$  est la fonction de Kochin :

$$H(\theta, k_0 \sec^2 \theta) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_0^{\infty} dz \sigma \exp(-k_0 \sec^2 \theta z - ik_0 \sec^2 \theta x \cos \theta)$$

et :

$\sigma = -2UB_x(x, z)$  est une distribution de sources.

L'expression (4.3) de la résistance de vagues utilise des hypothèses sur la forme de la carène qui restreignent son utilisation aux bateaux minces. De plus les courbes de résistances de vagues présentent des oscillations plus fortes que les courbes de résultats expérimentaux.

La théorie de Havelock a été développée durant plusieurs décennies par Havelock lui même mais aussi par Wigley [53] et elle est à l'origine de nombreux travaux [15], [50] et codes de calculs développés de nos jours [32].

Guilloton a proposé une méthode de résolution qui utilise des opérateurs élémentaires appelés coins. Il donne des solutions tabulées du potentiel de Michell [20]. Quelques années plus tard il a présenté une transformation des coordonnées de la carène qui permet de mieux satisfaire les conditions aux limites [21].

#### **4.1.3 - Evolution du modèle de la résistance de vagues.**

##### **a) Modèles tridimensionnels.**

A partir de 1960, Hess et Smith ont travaillé à la résolution numérique du problème de la résistance de vagues dans l'hypothèse où le nombre de Froude tend vers zéro. Les premiers résultats pour une carène coupant la surface libre n'apportaient pas d'amélioration sensible par rapport aux résultats obtenus dans l'hypothèse du bateau mince.

Brard [6] a modifié, en 1970, la formulation du problème en ajoutant une intégrale curviligne le long de la ligne de flottaison. Ceci permet une amélioration sensible des résultats numériques.

Brard a ensuite apporté une nouvelle amélioration par la formulation du problème de Neumann - Kelvin [5] où seule la condition de surface libre reste linéarisée. Par la méthodes des singularités Delhommeau a obtenus des résultats satisfaisants pour les carènes immergées [12]. Le problème de Neumann - Kelvin pour une carène coupant la surface libre a été résolu de manière approchée par Noblesse et Chen [47] en utilisant une perturbation du modèle du bateau mince.

En 1977 Dawson [11] a repris la décomposition du potentiel en potentiel de double modèle et en potentiel complémentaire mais sans condition sur les vitesses. Il fait par contre quelques hypothèses sur le potentiel. Ces travaux sont à l'origine de l'une des méthodes les plus utilisées de nos jours : celle qui consiste à répartir des singularités de Rankine sur la carène et une partie de la surface libre [13], [32], [34].

**b) Modèles bidimensionnels.**

Ogilvie a étudié [48] le problème bidimensionnel de la résistance de vagues à basse vitesse. Sa formulation s'appuie sur des hypothèses d'ordre de grandeur sur les vitesses. Baba a repris ces hypothèses pour des études d'écoulement tridimensionnels [1], [3], [4] à faible vitesse.

En 1972, Ogilvie [49] a proposé de modifier la théorie des bateaux minces en changeant l'ordre de grandeur sur la coordonnée longitudinale pour la partie du domaine fluide située au voisinage de l'étrave. Ces nouvelles hypothèses permettent de reformuler localement les équations du problème de la résistance de vagues et elles sont à l'origine des méthodes des tranches bidimensionnelles instationnaires [7], [8], [10], [16], [23] dites méthodes 2D-1/2. D'autres travaux s'appuient sur des formulations très proches pour étudier par exemple le cas des bateaux plats [2] ou les mouvements de lacet d'une plaque plane [9].

**4.2 - BASES THEORIQUES DU MODELE TRIDIMENSIONNEL DE LA RESISTANCE DE VAGUES.**

Nous présentons les grandes lignes de la modélisation tridimensionnelle qui est à la base de tous les modèles de la résistance de vagues.

La carène se déplace à vitesse uniforme dans un fluide parfait incompressible. L'écoulement est irrotationnel.

Le potentiel absolu  $\phi$  de l'écoulement satisfait le système de conditions ci-dessous :

$\Delta\phi = 0$	équation de Laplace	(4.4a),
$\frac{\partial\phi}{\partial n} _C = U\vec{i} \cdot \vec{n}$ sur le corps	condition de glissement	(4.4b),
$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + g\frac{\partial\phi}{\partial z} + \frac{\partial v^2}{\partial t} + \frac{1}{2}\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \text{Grad} v^2 = 0$	condition de surface libre	(4.4c),
$g\zeta + \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2}v^2 = 0$	sur la surface libre $\zeta$	(4.4d),
$\phi \rightarrow 0$ à l'infini	condition de radiation	(4.4e),

où  $\vec{v}$  est la vitesse absolue qui dérive du potentiel absolu  $\phi$ ,  $U\vec{i}$  la vitesse de déplacement de la carène,  $\zeta$  la déformée de surface libre et  $g$  l'accélération de la pesanteur.

Ces conditions traduisent le problème qui permet de déterminer le potentiel absolu  $\phi$  dans le repère absolu.

Pour la résolution pratique il est plus simple de se placer dans le repère en translation Oxyz où l'écoulement est permanent. Le problème de la résistance de vagues est étudié dans ce repère orthonormé direct (Oxyz) en déplacement avec la carène.

On a, comme l'écoulement est permanent :

$$\frac{\partial}{\partial t} \Big|_{\text{repère fixe}} = -U \frac{\partial}{\partial x} \Big|_{\text{repère mobile}} \quad (4.5).$$

Le problème posé est alors le suivant sur les frontières entraînées à la vitesse de déplacement de la carène :

$\Delta\phi = 0$	dans le domaine fluide	(4.6a),
$\frac{\partial\phi}{\partial n} \Big _C = U \bar{i} \cdot \bar{n}$	sur la carène	(4.6b),
$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{g}{U^2} \frac{\partial\phi}{\partial z} - \frac{1}{U} \frac{\partial v^2}{\partial x} + \frac{1}{2U^2} \bar{v} \cdot \bar{G} \text{Grad} v^2 = 0$	condition de surface libre	(4.6c),
$\zeta = \left( \frac{U}{g} \frac{\partial\phi}{\partial x} - \frac{v^2}{2g} \right) \Big _{z=\zeta(x,y)}$	équation de Bernoulli	(4.6d),
$\phi \rightarrow 0$ à l'infini	condition de radiation	(4.6e).

On rappelle que si la forme de la carène est donnée par  $y = B(x,z)$  alors l'opérateur  $\frac{\partial}{\partial n}$  sera de la forme :

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \quad (4.7).$$

### 4.3 - SIMPLIFICATION DU MODELE NON LINEAIRE

#### 4.3.1 - Modèles linéarisés

La résolution du problème tridimensionnel non linéaire tel qu'il vient d'être rappelé n'est pas encore d'usage courant et demande de longs temps de calcul sur des moyens informatiques puissants. Les modèles simplifiés conservent donc encore tout leur intérêt.

Les justifications de ces modèles sont basées sur des développements en petits paramètres  $\epsilon$  des différentes composantes du problème. Nous avons pu observer dans la

littérature une certaine obscurité dans les estimations des ordres de grandeurs des exposants qui laisserait penser à un certain arbitraire dans leur choix.

Afin d'éclairer ce point la formulation des développements a été généralisée sans que l'on fixe à priori de valeurs aux exposants de  $\epsilon$ .

Suivant les hypothèses que l'on peut faire ensuite sur certains de ces exposants on détermine un certain nombre de schémas donnant l'ordre de grandeur compatible du potentiel ou de la forme de la carène. On a ainsi pu retrouver et classer les différents schémas possibles, en particulier celui proposé par Ogilvie [49]

Le potentiel des vitesses et les coordonnées longitudinales et transverses sont supposés pouvoir être développés de la façon suivante :

$$\phi = \epsilon^\alpha \phi + \dots \quad (4.8)$$

$$x = \epsilon^\beta X + \dots \quad (4.9)$$

$$y = \epsilon^\gamma Y + \dots \quad (4.10)$$

$$z = \epsilon^\gamma Z + \dots \quad (4.11)$$

Pour la coque décrite par  $y_C = B(X, Z)$  :

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \epsilon^\delta \frac{\partial \tilde{B}}{\partial X} + \dots \quad (4.12a).$$

$$\frac{\partial B}{\partial y} = \frac{\partial \tilde{B}}{\partial Y} + \dots \quad (4.12b).$$

$$\frac{\partial B}{\partial z} = \frac{\partial \tilde{B}}{\partial Z} + \dots \quad (4.12c).$$

Dans ces conditions les différentes composantes de la vitesse et de l'accélération sont :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \epsilon^{\alpha-\beta} \frac{\partial \phi}{\partial X} + \dots \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \epsilon^{\alpha-2\beta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \dots \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \epsilon^{\alpha-\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial Y} + \dots \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \epsilon^{\alpha-2\gamma} \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} + \dots \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \epsilon^{\alpha-\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial Z} + \dots \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \epsilon^{\alpha-2\gamma} \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} + \dots \quad (4.15)$$

Alors le carré de la vitesse peut s'écrire :

$$V^2 = \epsilon^{2(\alpha-\beta)} \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 + \epsilon^{2(\alpha-\gamma)} v^2 + \dots \quad (4.16)$$

avec :

$$v^2 = \left( \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right)^2 + \dots \quad (4.17).$$

Les composantes du gradient du vecteur vitesse sont :

$$\frac{\partial V^2}{\partial X} = \varepsilon^{2\alpha-3\beta} \frac{\partial}{\partial X} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 \right] + \varepsilon^{2\alpha-2\gamma-\beta} \frac{\partial v^2}{\partial X} + \dots \quad (4.18),$$

$$\frac{\partial V^2}{\partial Y} = \varepsilon^{2\alpha-2\beta-\gamma} \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 \right] + \varepsilon^{2\alpha-3\gamma} \frac{\partial v^2}{\partial Y} + \dots \quad (4.19),$$

$$\frac{\partial V^2}{\partial Z} = \varepsilon^{2\alpha-2\beta-\gamma} \frac{\partial}{\partial Z} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 \right] + \varepsilon^{2\alpha-3\gamma} \frac{\partial v^2}{\partial Z} + \dots \quad (4.20).$$

d'où l'expression (4.21) :

$$\begin{aligned} \bar{V} \cdot \bar{\text{Grad}} V^2 = & \varepsilon^{3\alpha-4\beta} \frac{\partial \phi}{\partial X} \cdot \frac{\partial}{\partial X} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 \right] + \varepsilon^{3\alpha-4\gamma} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial Y} \cdot \frac{\partial v^2}{\partial Y} + \frac{\partial \phi}{\partial Z} \cdot \frac{\partial v^2}{\partial Z} \right] \\ & + \varepsilon^{3\alpha-2\beta-2\gamma} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial X} \cdot \frac{\partial v^2}{\partial X} + \frac{\partial \phi}{\partial Y} \cdot \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 \right] + \frac{\partial \phi}{\partial Z} \cdot \frac{\partial}{\partial Z} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 \right] \right] + \dots \end{aligned}$$

Il est maintenant possible d'écrire les développements limités aux ordres les plus faibles des différentes conditions du problème de la résistance à la marche.

**a) Equation de Laplace :**

L'équation de Laplace que vérifie le potentiel :

$$\Delta \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4.22).$$

devient, compte tenu des développements précédents :

équation de Laplace : (4.23)

$$\varepsilon^{\alpha-2\beta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \varepsilon^{\alpha-2\gamma} \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} \right] + \dots = 0$$

**b) Condition de surface libre :**

La condition de surface libre :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{g}{U^2} \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{1}{U} \frac{\partial V^2}{\partial x} + \frac{1}{2U^2} \bar{V} \cdot \bar{\text{Grad}} V^2 = 0 \quad (4.24)$$

devient :

Condition de surface libre : (4.25)

$$\begin{aligned} & \epsilon^{\alpha-2\beta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \epsilon^{\alpha-\gamma} \frac{g}{U^2} \frac{\partial \phi}{\partial Z} \\ & - \frac{\epsilon^{2\alpha-3\beta}}{U} \frac{\partial}{\partial X} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 \right] - \frac{\epsilon^{2\alpha-2\gamma-\beta}}{U} \frac{\partial v^2}{\partial X} \\ & + \frac{\epsilon^{3\alpha-4\beta}}{2U^2} \frac{\partial \phi}{\partial X} \cdot \frac{\partial}{\partial X} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 \right] + \frac{\epsilon^{3\alpha-4\gamma}}{2U^2} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial Y} \cdot \frac{\partial v^2}{\partial Y} + \frac{\partial \phi}{\partial Z} \cdot \frac{\partial v^2}{\partial Z} \right] \\ & + \frac{\epsilon^{3\alpha-2\beta-2\gamma}}{2U^2} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial X} \cdot \frac{\partial v^2}{\partial X} + \frac{\partial \phi}{\partial Y} \cdot \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 \right] + \frac{\partial \phi}{\partial Z} \cdot \frac{\partial}{\partial Z} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 \right] \right] + \dots = 0 \end{aligned}$$

**c) Condition de glissement :**

La condition de glissement sur la carène se traduit par :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y + \frac{\partial B}{\partial z} n_z = U \vec{i} \cdot \vec{n} \quad (4.26),$$

où U est la vitesse de la carène dans la direction Ox et  $\vec{n}$  la normale à la carène

telle que :

$$\vec{n} = \frac{\left[ \left( \frac{\partial B}{\partial x} \right) \vec{i} - \vec{j} + \left( \frac{\partial B}{\partial z} \right) \vec{k} \right]}{\sqrt{\left( \frac{\partial B}{\partial x} \right)^2 + 1 + \left( \frac{\partial B}{\partial z} \right)^2}} \quad (4.27).$$

On obtient :

Condition de glissement : (4.28)

$$\epsilon^{\delta} U \frac{\partial \tilde{B}}{\partial X} = \epsilon^{\delta+\alpha-\beta} \frac{\partial \tilde{B}}{\partial X} \frac{\partial \phi}{\partial X} - \epsilon^{\alpha-\gamma} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial Y} - \frac{\partial \tilde{B}}{\partial Z} \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right] + \dots$$

**d) Déformée de surface libre :**

La déformée de surface libre est :

$$\zeta = \frac{U}{g} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{V^2}{2g} \quad (4.29).$$

Déformée de surface libre : (4.30)

$$\zeta = \varepsilon^{\alpha-\beta} \frac{U}{g} \frac{\partial \phi}{\partial X} - \frac{\varepsilon^{2(\alpha-\beta)}}{2g} \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 - \frac{\varepsilon^{2(\alpha-\gamma)}}{2g} v^2 + \dots$$

**4.3.2 - Analyse des modèles possibles**

Il est possible maintenant d'établir différents modèles correspondants aux valeurs compatibles des exposants. Tous ces modèles sont linéaires et par application de développements en série de Taylor la condition de glissement s'écrit en  $z = 0$ .

**a) Modèle tridimensionnel linéarisé :**

Pour conserver son caractère tridimensionnel au laplacien il faut nécessairement que  $\beta = \gamma = 0$ .

Quelle que soit l'exposant  $\alpha$  l'équation de Laplace est en effet donnée au premier ordre par :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} + \dots = 0 \quad (4.31).$$

La condition de surface libre ne peut s'écrire sous la forme classique :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{g}{U^2} \frac{\partial \phi}{\partial Z} + \dots = 0 \quad (4.32)$$

que si  $\alpha \neq 0$ .

La condition de glissement linéarisée :

$$U \frac{\partial \tilde{B}}{\partial X} = \frac{\partial \phi}{\partial Y} - \frac{\partial \tilde{B}}{\partial Z} \frac{\partial \phi}{\partial Z} + \dots \quad (4.33),$$

n'est possible que si  $\alpha = \delta$

La déformée de surface libre réduite à :

$$\zeta = \frac{U}{g} \frac{\partial \phi}{\partial X} + \dots \quad (4.34)$$

entraîne que  $\alpha > 0$ .



Le schéma trouvé est celui de Neumann - Kelvin qui est donc obtenu avec :

$$\begin{aligned}
 x &: O(1) \\
 y &: O(1) \\
 z &: O(1) \\
 \frac{\partial B}{\partial x} &: O(\epsilon^\alpha) \\
 \phi &: O(\epsilon^\alpha) \\
 \zeta &: O(\epsilon^\alpha)
 \end{aligned}$$

L'ordre de grandeur du potentiel est fixé par l'ordre de grandeur de la variation de la largeur de la carène. On remarque que  $\alpha > 0$ , ceci indique que cette largeur doit varier lentement. On retrouve bien ici l'hypothèse des bateaux minces.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} &= 0 & (4.35a) \\
 \frac{\partial \phi}{\partial n} &= U \frac{\partial B}{\partial x} & \text{sur la carène} & (4.35b) \\
 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{g}{U^2} \frac{\partial \phi}{\partial z} &= 0 & \text{sur } z = 0 & (4.35c) \\
 \zeta &= \frac{U}{g} \frac{\partial \phi}{\partial x} & (4.35d)
 \end{aligned}$$

**b) Premier modèle bidimensionnel :  $\beta = 0$  et  $\gamma > 0$**

Un premier modèle bidimensionnel peut-être obtenu en supposant que  $\beta = 0$  et  $\gamma > 0$ . Nous avons alors  $x : O(1)$  comme dans la théorie des bateaux minces. Les coordonnées transverses  $O(\epsilon^\gamma)$  sont d'un ordre inférieur à celui de la coordonnée longitudinale.

L'équation de Laplace devient :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} + \dots = 0 \tag{4.36}$$

La condition de surface libre ne peut s'écrire que sous la forme :

$$\frac{\partial \phi}{\partial Z} = 0 \tag{4.37}$$

car  $\gamma > \beta = 0$  et donc  $\alpha > \alpha - \gamma$ .

La condition de glissement linéarisée sous la forme :

$$U \frac{\partial B}{\partial X} = \frac{\partial \phi}{\partial Y} - \frac{\partial B}{\partial Z} \frac{\partial \phi}{\partial Z} \quad (4.38),$$

n'est possible que si  $\alpha - \gamma = \delta > 0$

Finalement la déformée de surface libre est susceptible de s'écrire de deux façons :

$$\text{soit } \zeta = \frac{U}{g} \frac{\partial \phi}{\partial X} - \frac{1}{2g} v^2 \quad \text{si } \alpha = 2\gamma$$

$$\text{soit } \zeta = \frac{U}{g} \frac{\partial \phi}{\partial X} \quad \text{si } \alpha > 2\gamma \text{ qui correspond à une variation plus lente}$$

de la largeur de la carène.

Pour fixer les idées on pose  $\gamma = 1$  et on obtient :

<p>si <math>\alpha &gt; 2</math>  <math>x : O(1)</math>  <math>y : O(\epsilon)</math>  <math>z : O(\epsilon)</math>  <math>\frac{\partial B}{\partial x} : O(\epsilon^{\alpha-1})</math>  <math>\phi : O(\epsilon^\alpha)</math>  <math>\zeta : O(\epsilon^\alpha)</math></p>	<p>si <math>\alpha = 2</math>  <math>x : O(1)</math>  <math>y : O(\epsilon)</math>  <math>z : O(\epsilon)</math>  <math>\frac{\partial B}{\partial x} : O(\epsilon)</math>  <math>\phi : O(\epsilon^2)</math>  <math>\zeta : O(\epsilon^2)</math></p>
---	---

On remarquera que dans les deux cas la condition sur la surface libre se réduit à une condition de mur rigide. Nous n'avons pas d'exemple d'application de cette méthode.

### c) Second modèle bidimensionnel : $\beta \neq 0$ et $\gamma > \beta$

L'hypothèse du bateau mince est conservée mais on veut étudier le voisinage de l'étrave. On suppose alors que la coordonnée longitudinale est localement d'ordre inférieur à 1. Il suffit pour cela que l'exposant  $\beta$  ne soit pas nul.

L'équation de Laplace reste bidimensionnelle :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} + \dots = 0 \quad (4.39).$$

La condition de surface libre ne peut s'écrire sous la forme:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} + \frac{g}{U^2} \frac{\partial \varphi}{\partial Z} + \dots = 0 \quad (4.40)$$

que si  $\gamma = 2\beta$ .

La condition de glissement linéarisée sous la forme :

$$U \frac{\partial \tilde{B}}{\partial X} = \frac{\partial \varphi}{\partial Y} - \frac{\partial \tilde{B}}{\partial Z} \frac{\partial \varphi}{\partial Z} + \dots \quad (4.41),$$

n'est possible que si  $\alpha - \gamma = \delta$

Enfin la déformée de surface libre est susceptible de s'écrire de deux façons.:

soit  $\zeta = \frac{U}{g} \frac{\partial \varphi}{\partial X} - \frac{1}{2g} v^2$  si  $\alpha = 3\beta$

soit  $\zeta = \frac{U}{g} \frac{\partial \varphi}{\partial X}$  si  $\alpha > 3\beta$  qui correspond à une variation plus lente

de la largeur de la carène.

<p>si <math>\alpha &gt; 3\beta</math>  <math>x : O(\epsilon^\beta)</math>  <math>y : O(\epsilon^{2\beta})</math>  <math>z : O(\epsilon^{2\beta})</math>  <math>\frac{\partial B}{\partial x} : O(\epsilon^{\alpha-2\beta})</math>  <math>\phi : O(\epsilon^\alpha)</math>  <math>\zeta : O(\epsilon^{\alpha-\beta})</math></p>	<p>si <math>\alpha = 3\beta</math>  <math>x : O(\epsilon^\beta)</math>  <math>y : O(\epsilon^{2\beta})</math>  <math>z : O(\epsilon^{2\beta})</math>  <math>\frac{\partial B}{\partial x} : O(\epsilon^\beta)</math>  <math>\phi : O(\epsilon^{3\beta})</math>  <math>\zeta : O(\epsilon^{2\beta})</math></p>
--	---

Dans le cas  $\alpha = 3\beta$  si on pose  $\beta = 1/2$  on a :

<p><math>x : O(\epsilon^{1/2})</math>  <math>y : O(\epsilon)</math>  <math>z : O(\epsilon)</math>  <math>\frac{\partial B}{\partial x} : O(\epsilon^{1/2})</math>  <math>\phi : O(\epsilon^{3/2})</math>  <math>\zeta : O(\epsilon)</math></p>
--

Dans le cas  $\alpha > 3\beta$  on peut poser  $\alpha = 3\beta + \beta'$ . Alors si  $\beta = 1/2$  et  $\beta' = 1/2$  on obtient :

$$\begin{aligned} x &: O(\epsilon^{1/2}) \\ y &: O(\epsilon) \\ z &: O(\epsilon) \\ \frac{\partial B}{\partial x} &: O(\epsilon) \\ \phi &: O(\epsilon^2) \\ \zeta &: O(\epsilon^{3/2}) \end{aligned}$$

Dans les deux cas on retrouve la condition de surface libre classique qui conduit à un problème de propagation d'ordre bidimensionnel.

Dans le deuxième cas on retrouve le modèle établi par Ogilvie qui pour une évolution de la forme de la carène  $\frac{\partial B}{\partial x}$  de l'ordre de  $\epsilon$  donne un potentiel de l'ordre de  $\epsilon^2$ .

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \tag{4.42a}$$

$$U \frac{\partial B}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{sur la carène} \tag{4.42b}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{g}{U^2} \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{sur } z = 0 \tag{4.42c}$$

$$\zeta = \frac{U}{g} \frac{\partial \phi}{\partial x} \tag{4.42d}$$

Le modèle de Calisal et Chan, qui est obtenu en ajoutant un terme de vitesse au carré dans l'expression de la surface libre, correspond au premier cas à la nuance près que  $\frac{\partial B}{\partial x}$  est  $O(\epsilon^{1/2})$  et  $\phi$  en  $\epsilon^{3/2}$  et non respectivement en  $O(\epsilon)$  et  $O(\epsilon^2)$  comme ils l'indiquent en [8.]

Ces hypothèses ne sont justifiables que si l'on se place au voisinage de l'étrave d'un bateau mince et si l'on considère que localement la coordonnée longitudinale est plus petite que loin de l'étrave tout en restant plus grande que les coordonnées transverses.

## CONCLUSION

Le problème tridimensionnel linéarisé classique est défini par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} &= 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} &= U \frac{\partial B}{\partial x} && \text{sur la carène} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{g}{U^2} \frac{\partial \phi}{\partial z} &= 0 && \text{sur } z = 0 \end{aligned}$$

la déformée de surface libre étant calculée par  $\zeta = \frac{U}{g} \frac{\partial \phi}{\partial x}$ , la solution du problème correspond à un potentiel  $\phi$  de l'ordre de  $\epsilon^\alpha$ , l'exposant positif  $\alpha$  dépendant de l'ordre de grandeur de  $\frac{\partial B}{\partial x}$  puisque  $\frac{\partial B}{\partial x} : O(\epsilon^\alpha)$ .

Le problème bidimensionnel obtenu avec  $\beta = 0$  n'est pas utilisé à notre connaissance. Par contre le modèle bidimensionnel avec  $\beta \neq 0$  est utilisé comme modèle local permettant l'étude de l'écoulement au voisinage de l'étrave.

Ce modèle local est défini par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} &= 0 \\ U \frac{\partial B}{\partial x} &= \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial z} && \text{sur la carène} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{g}{U^2} \frac{\partial \phi}{\partial z} &= 0 && \text{sur } z = 0 \end{aligned}$$

Si la déformée de surface libre est calculée par  $\zeta = \frac{U}{g} \frac{\partial \phi}{\partial x}$ , la solution du problème correspond à un potentiel  $\phi$  de l'ordre de  $\epsilon^\alpha$ , l'exposant positif  $\alpha$  dépendant de l'ordre de grandeur de  $\frac{\partial B}{\partial x}$  puisque  $\frac{\partial B}{\partial x} : O(\epsilon^{\alpha-\beta})$ .

Si la déformée de surface libre est calculée par  $\zeta = \frac{U}{g} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{2g} v^2$ , la solution du problème correspond à un potentiel  $\phi$  de l'ordre de  $\epsilon^{3\beta}$ , l'exposant positif  $\beta$  est l'ordre de grandeur de  $\frac{\partial B}{\partial x}$ .

Ce modèle bidimensionnel est à la base de la formulation utilisée dans les codes de calculs que nous allons présenter au chapitre 5.

## CHAPITRE 5

### PRESENTATION DES METHODES 2D - 1/2.

Nous avons présenté au chapitre 4 la base théorique du modèle tridimensionnel de la résistance de vagues et différentes simplifications possibles. Nous allons développer deux méthodes de résolution de ce problème qui sont toutes deux apparentées à la méthodes des tranches bidimensionnelles instationnaires, dites aussi méthodes 2D - 1/2.

Le principe de base de ces méthodes consiste à calculer l'évolution au cours du temps du potentiel dans un domaine bidimensionnel. L'évolution temporelle correspond à la progression vers l'arrière de la carène.

Nous détaillons d'abord la méthode linéaire de Calisal et Chan puis la méthode non linéaire de Clément.

#### 5.1 - METHODE LINEAIRE DE CALISAL ET CHAN.

Cette méthode permet de déterminer le potentiel et les profils de vagues le long d'une carène avançant à vitesse constante  $U$  à la surface d'un domaine fluide limité par un fond et des parois (Figure 5.1).

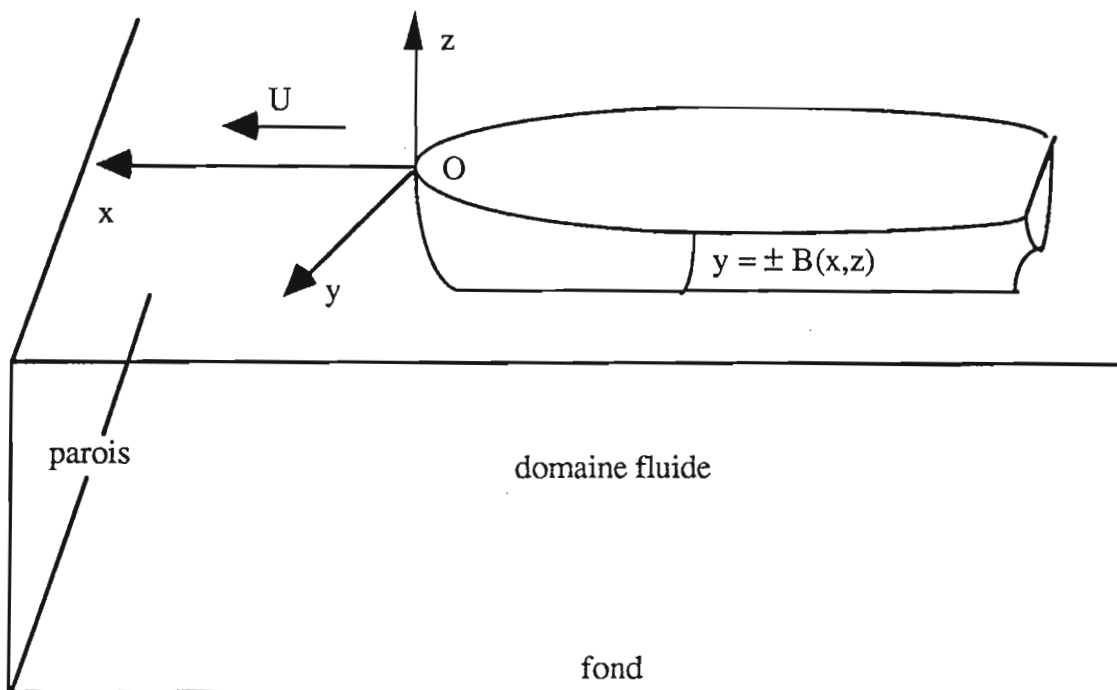


Figure 5.1 : Schéma de la carène avec vitesse d'avance.

A partir du second modèle bidimensionnel vu au chapitre précédent, Calisal et Chan ont proposé une méthode de calcul du potentiel pour la partie du domaine fluide située au voisinage de l'étrave. Nous avons mis au point un code de calcul, nommé CCL, résolvant le problème posé dans le cas d'une surface libre linéarisée en  $z = 0$ .

Le problème local à résoudre est le suivant :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{dans le fluide} \quad (5.1a),$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = UB_x \quad \text{sur la carène} \quad (5.1b),$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{sur les parois et le fond} \quad (5.1c),$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{g}{U^2} \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{sur } z = 0 \quad (5.1d).$$

La déformée de surface libre est calculée par  $\zeta = \frac{U}{g} \frac{\partial \phi}{\partial x}$ , où  $U$  est la vitesse de la carène,  $g$  l'accélération de la pesanteur,  $y = B(x,z)$  la carène.

On fait le changement de variable :

$$U \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial t} \quad (5.2).$$

Le système à résoudre s'écrit maintenant :

$$\phi_{yy} + \phi_{zz} = 0 \quad \text{dans le domaine fluide} \quad (5.3a),$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = B_t \quad \text{sur la carène} \quad (5.3b),$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{sur les parois et le fond} \quad (5.3c),$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{sur } z = 0 \quad (5.3d).$$

La déformée de surface libre est calculée par  $\zeta = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t}$ .

### 5.1.1 - Résolution à chaque pas de temps

Ce problème aux limites est résolu à chaque pas de temps dans un domaine bidimensionnel. Etant donné la symétrie suivant  $Oy$  de la carène et de l'écoulement on résout le problème dans la région  $y \geq 0$  en imposant  $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$  sur l'axe de symétrie  $S^0$ . Le domaine  $D$  (Fig. 5.2) est limité par sa frontière  $\partial D$  qui se décompose en :

- (C) l'intersection de la carène avec le plan (y,z)
- (S<sub>1</sub>) la trace de la surface libre linéarisée en z = 0
- (S<sup>0</sup>) l'axe de symétrie situé en y = 0
- (F) le fond
- (S<sup>+</sup>) la limitante verticale suffisamment éloignée de la carène.

A l'instant T<sub>k</sub> le domaine est figé et l'équation de Laplace (5.3a) est résolue en utilisant la fonction de Green :

$$G(M, M') = -\frac{1}{2\pi} \text{Ln}(MM') \quad (5.4).$$

En appliquant la formule de Green aux deux fonctions harmoniques G(M, M') et φ(M) dans le domaine fluide fermé D, nous avons :

$$\frac{\phi(M)}{2} + \int_{\partial D} \frac{\partial G(M, M')}{\partial n'} \phi(M') dS' = \int_{\partial D} G(M, M') \frac{\partial \phi(M')}{\partial n'} dS' \quad (5.5),$$

où M est un point appartenant à la frontière ∂D du domaine fluide D.

Pour éviter d'avoir à discrétiser le fond on considère le fond comme un plan de symétrie et on ajoute de domaine image  $\bar{D}$  (Figure 5.2). Dans ce domaine on définit le potentiel  $\bar{\phi}$ . La normale en  $\bar{M}'$  est  $\bar{n}'$ . Cette normale est définie selon les mêmes conventions que la normale n en M'.

On pose que  $\bar{\phi}$  est tel que :

$$\begin{aligned} \bar{\phi}(\bar{M}') &= \phi(M') \\ \frac{\partial \bar{\phi}(\bar{M}')}{\partial \bar{n}'} &= \frac{\partial \phi(M')}{\partial n'} \end{aligned}$$

Le point M reste extérieur à  $\bar{D}$  donc pour tout M nous pouvons écrire :

$$\int_{\partial \bar{D}} \phi(\bar{M}') \frac{\partial G(M, \bar{M}')}{\partial n'} dS' = \int_{\partial \bar{D}} G(M, \bar{M}') \frac{\partial \phi(\bar{M}')}{\partial n'} dS' \quad (5.6),$$

où  $\bar{M}'$  est le symétrique du point M'.

Les équations (5.5) et (5.6) peuvent être ajoutées membre à membre :

$$\begin{aligned} \phi(M) + \int_{\partial D} \phi(M') \frac{\partial G(M, M')}{\partial n'} dS' + \int_{\partial \bar{D}} \phi(\bar{M}') \frac{\partial G(M, \bar{M}')}{\partial n'} dS' \\ = \int_{\partial D} G(M, M') \frac{\partial \phi(M')}{\partial n'} dS' + \int_{\partial \bar{D}} G(M, \bar{M}') \frac{\partial \phi(\bar{M}')}{\partial n'} dS' \end{aligned} \quad (5.7).$$



Si on regroupe les termes en :

$$D(M, M') = \frac{\partial G(M, M')}{\partial n'} + \frac{\partial G(M, \bar{M}')}{\partial n'} \quad (5.8).$$

$$S(M, M') = G(M, M') + G(M, \bar{M}')$$

alors il reste l'équation intégrale :

$$\phi(M) + \int_{\partial D-F} \phi(M') D(M, M') dS' = \int_{\partial D-F} S(M, M') \frac{\partial \phi(M')}{\partial n'} dS' \quad (5.9),$$

si on tient compte du fait que les intégrales sur le fond F se neutralisent.

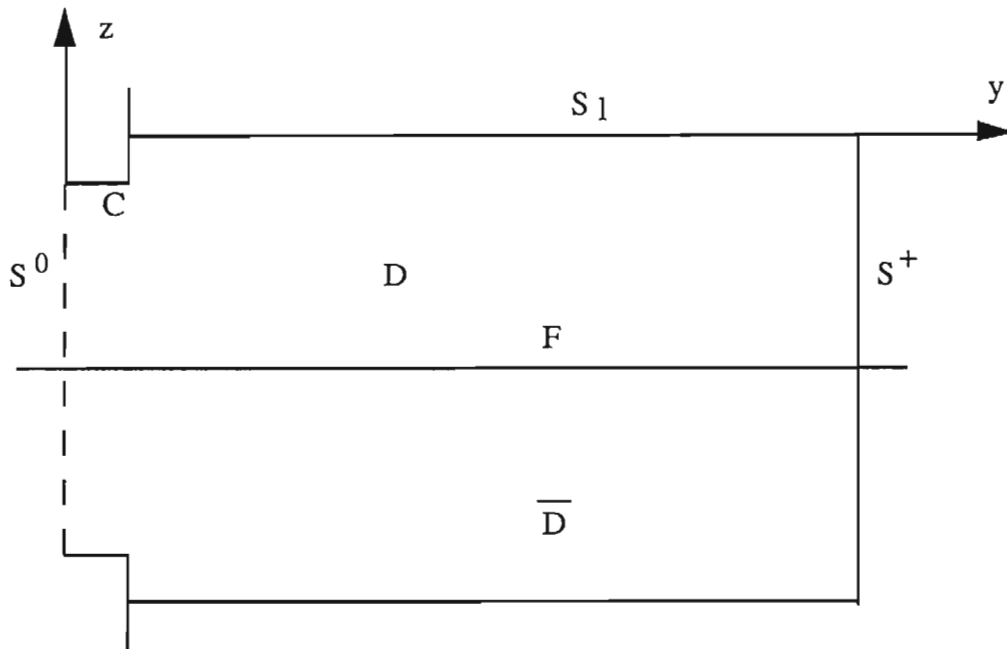


Figure 5.2 : Domaine D et son symétrique  $\bar{D}$  par rapport au fond plan F pour le code CCL

Dans le système (5.3) le gradient du potentiel est explicitement connu sur toutes les surfaces solides. Il reste à traduire la condition de surface libre en  $z = 0$ . Comme les termes de dérivation en temps sont inconnus, la dérivée seconde est approchée par un schéma de différences finies à quatre points et à pas de temps  $\Delta t$  constant :

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{2\phi - 5\phi^{-1} + 4\phi^{-2} - \phi^{-3}}{(\Delta t)^2} \quad (5.10),$$

où  $\phi^{-k}$  est le potentiel au kème pas de temps antérieur et  $\phi$  le potentiel à l'instant de calcul.

C'est un schéma décentré amont qui fait intervenir l'histoire de l'écoulement par l'intermédiaire du potentiel aux pas de temps précédents. Il n'y a par contre aucune influence des résultats de l'arrière vers l'avant comme cela est possible avec une formulation tridimensionnelle.

La modélisation présentée ici utilise une condition de surface libre linéarisée, le gradient du potentiel sur la surface libre est donc traduit par :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{2n_z}{g(\Delta t)^2} \phi + \frac{n_z}{g} \frac{5\phi^{-1} - 4\phi^{-2} + \phi^{-3}}{(\Delta t)^2} \quad \text{sur } z = 0 \quad (5.11).$$

A l'instant  $T_k$ , on suppose connu :

- le potentiel aux pas de temps précédents
- la vitesse normale sur les surfaces solides.

Si les termes inconnus sont regroupés dans le membre de gauche et les termes connus dans celui de droite, alors que  $M$  soit sur la surface libre ou sur une surface solide, l'équation (5.11) devient :

$$\begin{aligned} & \phi(M) + \int_{S^+ \cup C \cup S_0} \phi(M') D(M, M') dS' \\ & + \int_{S_1} \phi(M') \left( D(M, M') + \frac{2 \cdot n_z}{g(\Delta t)^2} S(M, M') \right) dS' \\ & = \int_{S^+ \cup C \cup S_0} S(M, M') U \cdot B_x dS' \\ & + \int_{S_1} K S(M, M') dS' \end{aligned} \quad (5.12),$$

$$\text{avec } K = \frac{n_z}{g} \frac{5\phi^{-1} - 4\phi^{-2} + \phi^{-3}}{(\Delta t)^2}.$$

C'est une équation de Fredholm de 2ème espèce.

La discrétisation spatiale de la frontière  $\partial D$  au cours du temps est faite au tout début du code avec une surface libre horizontale en  $z = 0$ . Ainsi, à chaque pas de temps, l'équation (5.12) est elle transformée en une somme de termes calculés sur un nombre fini de segments. Pour cela les potentiels et les vitesses sont pris constants au milieu de chaque segment.

Le potentiel engendré en  $M_j$  par la distribution de doublets normaux sur  $M_j M_{j+1}$  (d'affixe  $Z_j, Z_{j+1}$ ) est :

$$\phi_i = d_{i,j} \mu_j \quad (5.13),$$

avec :

$$d_{i,j} = \frac{-i}{2\pi} \text{Log} \frac{Z M_i - Z_{j+1}}{Z M_i - Z_j} \quad \text{où } Z M_i = \frac{1}{2} (Z_{i+1} + Z_i) \quad (5.14).$$

Le potentiel engendré en  $M_i$  par la distribution de sources sur  $M_j M_{j+1}$  (d'affixe  $Z_j, Z_{j+1}$ ) est :

$$\phi_i = s_{i,j} \sigma_j \quad (5.15),$$

avec :

$$s_{i,j} = \frac{|Z_{j+1} - Z_j|}{2\pi} * \left\{ \frac{1}{2} \text{Log} \left| \frac{(ZM_i - Z_{j+1})(ZM_i - Z_j)}{(ZM_i - Z_j)(ZM_i - Z_{j+1})} \right| - \frac{ZM_i - ZM_j}{Z_{j+1} - Z_j} \text{Log} \frac{ZM_i - Z_{j+1}}{ZM_i - Z_j} - 1 \right\} \quad (5.16).$$

Comme l'on tient compte du segment et de son image par rapport au fond, le potentiel total induit par les singularités du segment  $j$  en  $i$  est :

$$\phi_i^d = \mu_j D_{i,j} \quad \text{pour les doublets} \quad (5.17a),$$

$$\phi_i^s = \sigma_j S_{i,j} \quad \text{pour les sources} \quad (5.17b),$$

avec :

$$D_{i,j,j+1} = \Re [d_{i,j} - d_{i,\bar{j}}] \quad (5.18a),$$

$$S_{i,j,j+1} = \Re [s_{i,j} + s_{i,\bar{j}}] \quad (5.18b).$$

On construit un schéma linéaire en écrivant l'équation (5.12) aux points situés au milieu de chaque segment de la frontière  $\partial D$  :

$$[A]\{\phi\} = \{B\} \quad (5.19).$$

La matrice  $[A]$  regroupe les coefficients d'influence, le vecteur  $\{B\}$  les vitesses normales sur les surface solides et le terme fonction du potentiel aux pas de temps antérieurs sur la surface libre et le vecteur  $\{\phi\}$  est le vecteur des inconnus du problème.

Après résolution du système (5.19) par une méthode de Gauss, le potentiel est connu sur chaque segment et la déformée de surface libre est calculée par le schéma de différences finies suivant :

$$\zeta = -\frac{3\phi - 4\phi^{-1} + \phi^{-2}}{2g\Delta t} \quad (5.20).$$

### 5.1.2 - Schéma global de la méthode

Nous venons de voir comment, à chaque pas de temps, nous pouvons calculer la déformée de surface libre. La répétition au cours du temps permet de calculer le potentiel et la déformée de surface libre autour d'une carène avec vitesse d'avance.

L'algorithme du code CCL peut-être schématisé comme ci-dessous.

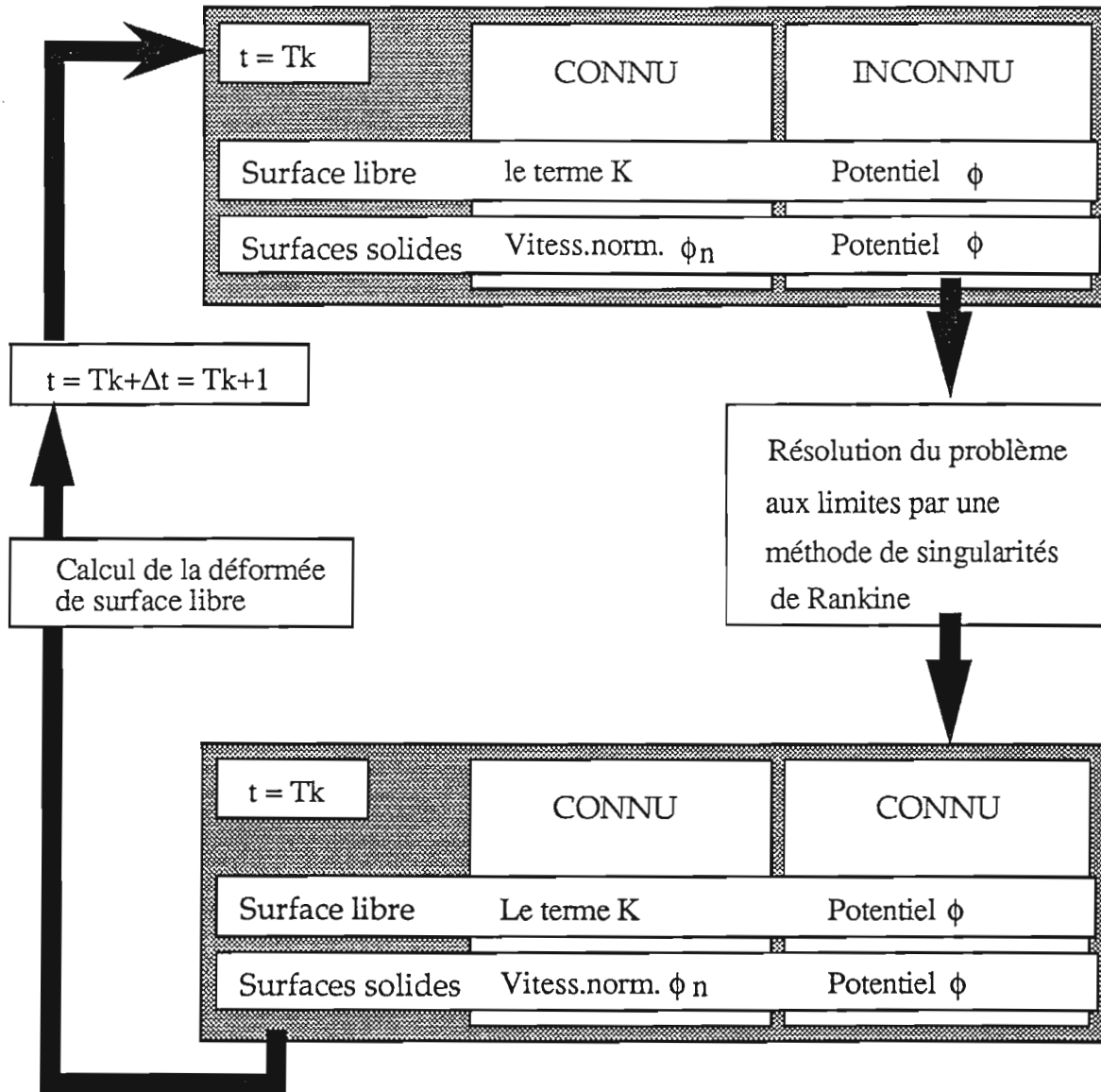


Figure 5.3 : Schéma de la méthode de résolution pour le modèle linéaire de Calisal et Chan.

Le code CCL que nous avons mis en oeuvre correspond à la modélisation de Calisal et Chan avec une condition de surface libre linéarisée. Les essais pour mettre au point une version non-linéaire se sont tous heurtés à des problèmes d'instabilité numérique qui n'ont pu être résolus.

D'après les hypothèses retenues le problème résolu n'est valable que localement au voisinage de l'étrave. Aussi le code CCL n'a-t-il été utilisé que pour calculer les profils sur l'avant des maquettes.

## 5.2 - METHODE NON LINEAIRE DE CLEMENT.

Dans le cadre d'un contrat pour la mise au point d'un canal à houle numérique, Clément s'est intéressé au calcul du champ de vagues généré par un navire avançant à vitesse constante en eau calme. La méthode consiste à faire l'hypothèse du bateau mince puis à se placer à chaque instant dans le plan transversal à l'axe longitudinal de la carène. Dans ce plan l'évolution de la section de la carène est interprétée comme la loi de déformation d'un batteur de houle. Le code CANAL est écrit en vue du traitement de problèmes bidimensionnels instationnaires. Dans la première version du code les carènes étudiées étaient soit un mât Wigley touchant le fond soit un cylindre en pilonnement pur. Nos travaux ont consisté à essayer de prendre en compte le cas de carènes flottantes dans un domaine fluide (Figure 5.1) et avec vitesse d'avance U.

Le problème bidimensionnel peut s'écrire :

$$\Phi_{yy} + \Phi_{zz} = 0 \quad \text{dans le fluide} \quad (5.21a),$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \vec{U} \cdot \vec{n} \quad \text{sur la coque} \quad (5.21b),$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad \text{sur les parois et le fond} \quad (5.21c),$$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{dz}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{cases} \quad \text{sur la surface libre} \quad (5.21d),$$

La déformée de surface libre est :

$$\zeta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2g} (\vec{\nabla} \Phi)^2 \quad (5.22),$$

où g est l'accélération de la pesanteur et  $\rho$  la masse volumique.

Les variables sont adimensionnalisées en réduisant toutes les longueurs par la hauteur d'eau initiale h et les temps par le rapport  $(h/g)^{1/2}$ . Ceci permet de définir les variables adimensionnelles :

$$\begin{aligned} (Y, Z) &= \left( \frac{y}{h}, \frac{z}{h} \right) \\ T &= t \sqrt{\frac{g}{h}} \\ \vec{V} &= \frac{\vec{v}}{\sqrt{gh}} \\ \Phi_a &= \frac{\Phi}{h \sqrt{gh}} \end{aligned} \quad (5.23).$$

Pour alléger l'écriture nous gardons le problème écrit sous la forme (5.22) même si dorénavant les grandeurs utilisées sont adimensionnelles.

La déformée adimensionnelle de surface libre est :

$$\zeta = -\frac{d\Phi}{dt} + \frac{1}{2}(\bar{\nabla}\Phi)^2 \quad (5.24).$$

### 5.2.1 - Ecriture du problème aux limites à l'instant $T_k$ .

Ce problème aux limites est résolu à chaque pas de temps dans un domaine bidimensionnel  $D$  (Figure 5.4) limité par sa frontière  $\partial D$  qui se décompose en :

- (C) l'intersection de la carène avec le plan  $(y,z)$
- (S<sub>1</sub>) la trace de la surface libre
- (S<sup>-</sup>) la limitante verticale suffisamment éloignée de la carène vers la gauche.
- (F) le fond
- (S<sup>+</sup>) la limitante verticale suffisamment éloignée de la carène vers la droite.

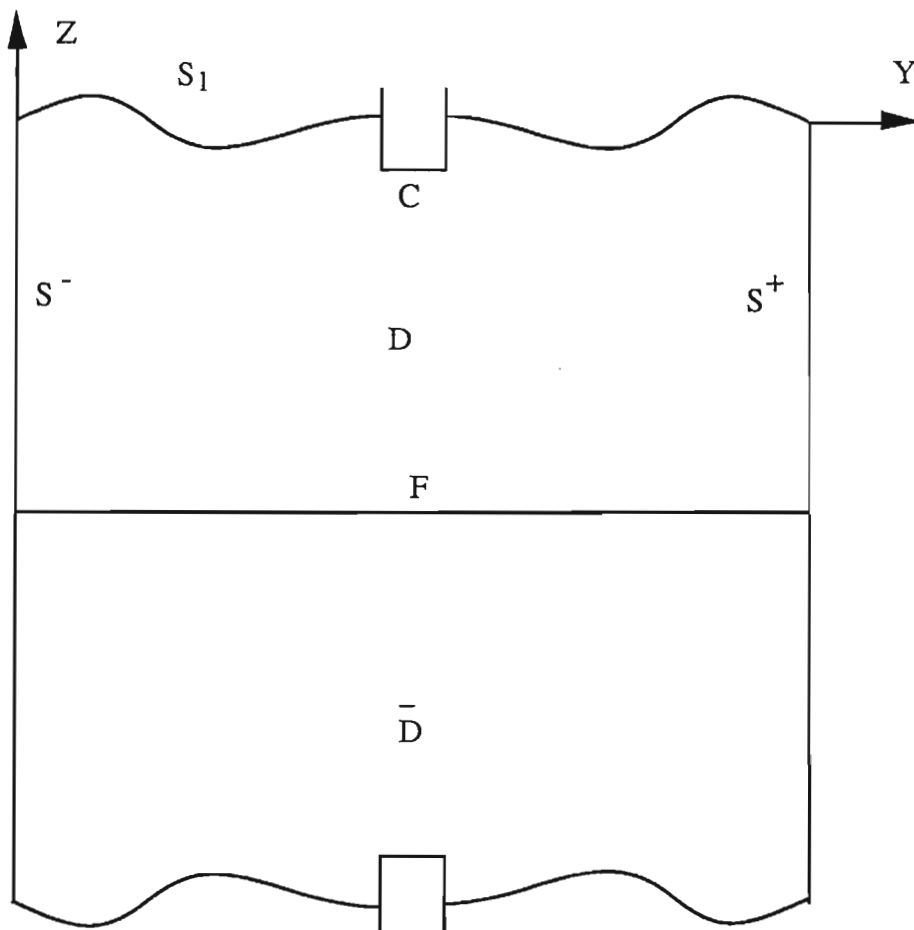


Figure 5.4. : Domaine  $D$  et son symétrique par rapport au fond plan pour le code non linéaire CANAL2.

A l'instant  $T_k$  le domaine est figé et l'équation de Laplace est résolue en utilisant la fonction de Green :

$$G(M, M') = \text{Log} \frac{|MM'|}{h} \quad (5.25),$$

où  $h$  est la hauteur initiale dans le canal.

En appliquant la formule de Green aux deux fonctions harmoniques  $G(M, M')$  et  $\Phi(M)$  dans le domaine fluide borné  $D$ , nous avons :

$$\alpha \Phi(M) = \int_{\partial D} \left[ \Phi(M') \frac{\partial G(M, M')}{\partial n'} - G(M, M') \frac{\partial \Phi(M')}{\partial n'} \right] dS' \quad (5.26),$$

avec:  $\alpha = 0$  pour  $M$  extérieur à  $D$

$\alpha = 2\pi$  pour  $M$  intérieur à  $D$

$\alpha =$  angle entre les deux tangentes en  $M$  à la surface quand  $M$  est sur le bord de  $D$ .

Nous nous intéressons au cas d'une carène flottant dans un canal bidimensionnel dont les parois verticales et le fond horizontal sont plans et immobiles. Ceci permet de travailler par symétrie par rapport au fond en ajoutant le problème image.

Comme dans la méthode précédente on ne change rien à l'équation (5.26) en écrivant :

$$\begin{aligned} \alpha \Phi(M) = & \int_{\partial D} \Phi(M') \frac{\partial G(M, M')}{\partial n'} dS' - \int_{\partial D} G(M, M') \frac{\partial \Phi(M')}{\partial n'} dS' \\ & + \int_{\partial \bar{D}} \Phi(\bar{M}') \frac{\partial G(M, \bar{M}')}{\partial n'} dS' - \int_{\partial \bar{D}} G(M, \bar{M}') \frac{\partial \Phi(\bar{M}')}{\partial n'} dS' \end{aligned} \quad (5.27).$$

En reprenant  $D(M, M')$  et  $S(M, M')$  définis en (5.8), il reste l'équation intégrale :

$$\alpha \Phi(M) = \int_{S^+ \cup S_1 \cup C \cup S^-} \left[ \Phi(M') D(M, M') - S(M, M') \frac{\partial \Phi(M')}{\partial n'} \right] dS' \quad (5.28).$$

A l'instant  $T_k$ , on suppose connu :

- le potentiel sur la surface libre
- la vitesse normale sur les surfaces solides.

Si les termes inconnus sont regroupés dans le membre de gauche et les termes connus dans celui de droite, alors l'équation (5.28) devient :

si  $M$  est sur la surface libre :

$$\int_{S^+ \cup C \cup S^-} \Phi(M') D(M, M') dS' - \int_{S_1} S(M, M') \frac{\partial \Phi(M')}{\partial n'} dS' = \alpha \Phi(M) - \int_{S_1} \Phi(M') D(M, M') dS' + \int_{S^+ \cup C \cup S^-} S(M, M') \frac{\partial \Phi(M')}{\partial n'} dS' \quad (5.29a),$$

c'est une équation de Fredholm de 1ère espèce.

si  $M$  est sur une surface solide :

$$\int_{S^+ \cup C \cup S^-} \Phi(M') D(M, M') dS' - \int_{S_1} S(M, M') \frac{\partial \Phi(M')}{\partial n'} dS' - \alpha \Phi(M) = - \int_{S_1} \Phi(M') D(M, M') dS' + \int_{S^+ \cup C \cup S^-} S(M, M') \frac{\partial \Phi(M')}{\partial n'} dS' \quad (5.29b),$$

c'est une équation de Fredholm de 2ème espèce.

La discrétisation utilise des points doubles en B, C, D, E. La continuité du potentiel est imposée explicitement aux points doubles.

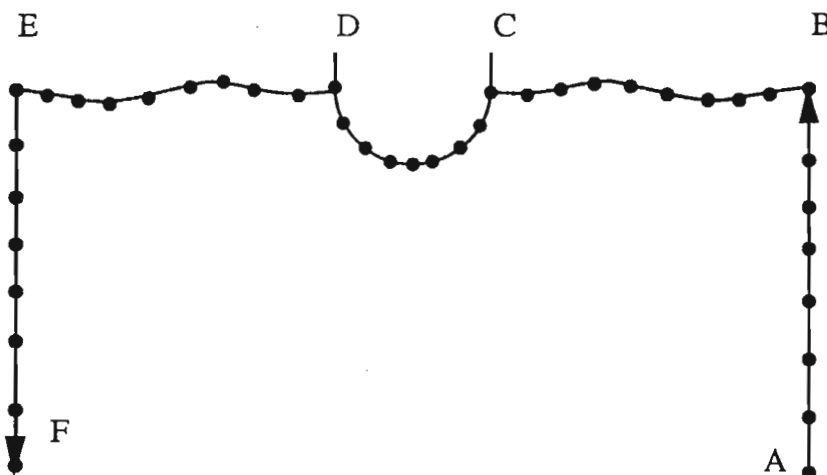


Figure 5.5 : Discrétisation du domaine fluide dans la configuration où la carène flotte au milieu du bassin.



Le potentiel engendré en  $M_i$  par la distribution linéaire de doublets normaux sur  $M_j M_{j+1}$  (d'affixe  $Z_j, Z_{j+1}$ ) est :

$$\Phi_i = \Im m[\mu_j d_{i,j,j+1} - \mu_{j+1} d_{i,j+1,j}] \quad (5.30),$$

avec :

$$d_{i,j,j+1} = \frac{Z_{j+1} - Z_i}{Z_{j+1} - Z_j} \text{Log} \frac{Z_i - Z_{j+1}}{Z_i - Z_j} - 1 \quad (5.31).$$

Le potentiel engendré en  $M_i$  par la distribution linéaire de sources sur  $M_j M_{j+1}$  (d'affixe  $Z_j, Z_{j+1}$ ) est :

$$\Phi_i = h \Re e[\sigma_j s_{i,j,j+1} - \sigma_{j+1} s_{i,j+1,j}] \quad (5.32),$$

avec :

$$s_{i,j,j+1} = |Z_{j+1} - Z_j|^* \left\{ \begin{array}{l} \frac{Z_j - 3Z_{j+1} + 2Z_i}{4} + \frac{1}{2} \text{Log}(Z_i - Z_j) \\ + \frac{1}{2} \frac{(Z_{j+1} - Z_i)^2}{(Z_{j+1} - Z_j)^2} \text{Log} \frac{Z_i - Z_{j+1}}{Z_i - Z_j} \end{array} \right\} \quad (5.33).$$

Comme l'on tient compte du segment et de son image par rapport au fond, le potentiel total induit par les singularités du segment  $j$  en  $i$  est :

$$\Phi_i^d = \mu_j D_{i,j,j+1} - \mu_{j+1} D_{i,j+1,j} \quad \text{pour les doublets} \quad (5.34a),$$

$$\Phi_i^s = h \sigma_j S_{i,j,j+1} + h \sigma_{j+1} S_{i,j+1,j} \quad \text{pour les sources} \quad (5.34b),$$

avec :

$$D_{i,j,j+1} = \Im m[d_{i,j,j+1} - d_{i,\overline{j,j+1}}] \quad (5.35a),$$

$$S_{i,j,j+1} = \Re e[s_{i,j,j+1} + s_{i,\overline{j,j+1}}] \quad (5.35b),$$

On construit un système linéaire en écrivant l'équation (5.29) à chaque extrémité de segment :

$$[A].\{X\} = [B].\{Y\} \quad (5.36).$$

Tous les termes inconnus sont regroupés dans le vecteur  $\{X\}$  alors que le vecteur  $\{Y\}$  regroupe les densités de doublets à la surface libre et les densités de source sur les surfaces solides.  $[A]$  et  $[B]$  sont les matrices des coefficients d'influence.

Après résolution du système (5.36) par une méthode de Gauss, le potentiel et la vitesse normale sont connus en tout point des frontières du domaine. Une différentiation numérique permet de connaître la vitesse tangentielle.

Les seconds membres des équations (5.21d et 5.22) sont intégrés en utilisant un schéma de Runge-Kutta du quatrième ordre. On obtient ainsi la nouvelle géométrie et la trace du potentiel sur la surface libre. Les vitesses normales étant connues sur les frontières du domaine, on peut itérer en temps.

Au nouveau pas de temps le maillage se fait sur la nouvelle frontière obtenue en tenant compte de la nouvelle position de la surface libre.

### **5.2.2 - Schéma global de la méthode de résolution.**

La résolution du problème aux limites (5.21) se base sur une discrétisation en temps puis, à chaque pas de temps, sur une discrétisation spatiale qui permet de transformer l'équation (5.29) en une somme de termes calculés sur un nombre fini de segments.

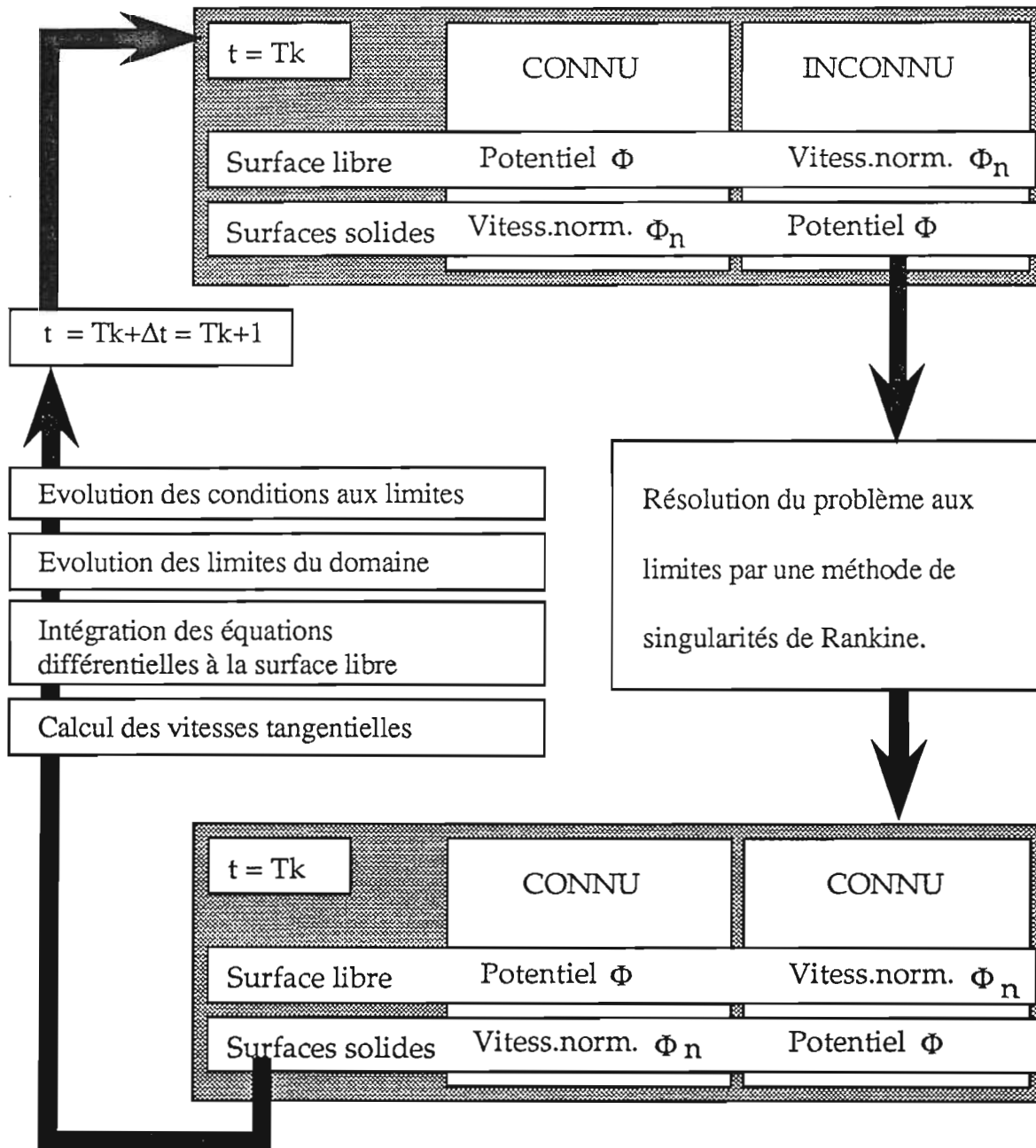


Figure 5.6 : Schéma de la méthode de résolution pour le modèle non linéaire de Clément.

Le code CANAL modélisé par Clément permet l'étude des écoulements bidimensionnels instationnaires dans un canal à houle. Le code CANAL2 reprend la structure du code initial en y introduisant les modifications nécessaires pour permettre l'étude de l'écoulement autour d'une carène avançant à vitesse constante suivant la méthode que nous avons décrite.

La mise en oeuvre des codes et la comparaison des résultats numériques et expérimentaux sont présentées au chapitre 6.

## CHAPITRE 6.

### MISE EN OEUVRE DES CODES ET COMPARAISON DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES.

Dans ce chapitre nous allons présenter les applications que nous avons faites des codes de calcul REVA, CCL et CANAL2.

Ensuite nous comparons ces résultats à ceux obtenus aux cours de nos expériences ou relatés dans la bibliographie.

La comparaison portera sur deux points principaux, d'une part l'aptitude des logiciels à représenter correctement l'évolution du profil de vagues le long de la carène, d'autre part leur capacité à prévoir l'amplitude et la position de la vague d'étrave.

#### 6.1 - APPLICATIONS DU CODE REVA

Le code REVA permet de résoudre le problème tridimensionnel de la résistance de vagues d'une carène avançant à vitesse constante dans un fluide parfait incompressible dont la surface libre est initialement au repos [13]. La méthode est basée sur une distribution de singularités de Rankine. Le schéma de l'écoulement est celui de Dawson c'est à dire que la condition de surface libre est écrite sur les lignes de courant du double modèle, situées sur un plan correspondant à la surface libre au repos.

##### 6.1.1 - Mise en oeuvre du logiciel REVA.

La carène de longueur  $L$ , de bau  $B$  et de tirant d'eau  $T$  est supposée bloquée dans sa position initiale. Les carènes étant symétriques, seule la demi-carène de largeur  $B/2$  et la demi-surface libre en  $y \geq 0$  sont maillées. Le code REVA maille ensuite le demi-domaine en  $y \leq 0$  par symétrie.

Les dimensions des frontières maillées sont les suivantes :

En amont de l'étrave la surface libre maillée s'étend sur une longueur  $L$ ,

En aval de la poupe la surface libre maillée s'étend sur une longueur  $L$ ,

Sur le côté la surface libre maillée s'étend sur une longueur  $L$ .

La surface libre est maillée par fonction de courant et le découpage en facettes est tel que l'on a :

- 10 facettes en avant de la carène
- 15 facettes en arrière de la carène
- 15 bandes de maillage sur le côté

La largeur de la première bande de facettes sur le côté et la longueur des premières facettes devant et derrière la carène sont définies explicitement. Le code REVA détermine ensuite automatiquement la largeur des autres bandes et la longueur des autres facettes.

Le bordé de la carène de Wigley est discrétisé en dix segments. Pour les trois maquettes  $Maq\alpha$  le bordé vertical est discrétisé en 10 segments et le fond horizontal de la demi-coque en 4 segments.

Toutes choses étant égales par ailleurs, le nombre de couples influence très fortement la forme des profils. S'il y en a trop des oscillations apparaissent, s'il n'y en a pas assez les profils sont très grossiers. Nous avons choisi de travailler avec différents cas de figures qui permettent d'avoir environ 20 à 25 facettes par longueur d'onde.

Pour les maquettes  $Maq\alpha$  ceci se traduit par des nombres de facettes allant de 50 aux très faibles vitesses,  $Fn < 0.203$ , à 25 aux grandes vitesses,  $Fn \geq 0.344$ .

Alors que sur la carène de Wigley les couples sont équidistants, sur les maquettes  $Maq\alpha$  nous avons toujours cherché à mailler plus finement l'étrave afin de faciliter la comparaison avec les résultats profils expérimentaux.

Le nombres de facettes sur la carène et le nombre total de facettes est donc variable.

	Wigley	Maq10	Maq20	Maq30
Longueur	80 m	150 m	150 m	150 m
Bau	8 m	8.8 m	18.2 m	28.9 m
Tirant d'eau	5 m	20 m	20 m	20 m
Alpha		10°	20°	30°
Largeur 1ère facette devant	2 m	2 m	2 m	2 m
Largeur 1ère facette derrière	2 m	2 m	2 m	2 m
Largeur 1ère bande tribord	1 m	1 m	2 m	3 m

Tableau 6.1 : principales données de maillage pour REVA.

Les nombres de Froude sont les mêmes que ceux retenus au chapitre 2.

### 6.1.2 - Profils de vagues.

#### a) Profils de vagues le long des maquettes $Maq\alpha$

Les figures 6.1a, 6.1b et 6.1c concernant les maquettes  $Maq\alpha$  montrent que les deux premières crêtes reculent et que la hauteur de la vague d'étrave augmente de manière régulière avec la vitesse d'avance.

La dénivelée au niveau du premier creux croît pour  $Fn \leq 0.344$  et décroît ensuite alors que la hauteur maximale de la seconde crête croît jusqu'à  $Fn = 0.297$  et décroît ensuite. Les profils sont réguliers et très nettement influencés par l'angle du dièdre.

Les courbes adimensionnelles  $\zeta / L.Fn.Fn = f(x / L.Fn.Fn)$  ont été tracées (Figures 6.2a, 6.2b et 6.2c). Les profils présentent une première crête dont l'abscisse et la hauteur tendent vers une valeur commune. Ceci est d'autant plus vrai que l'angle du dièdre d'étrave est important.

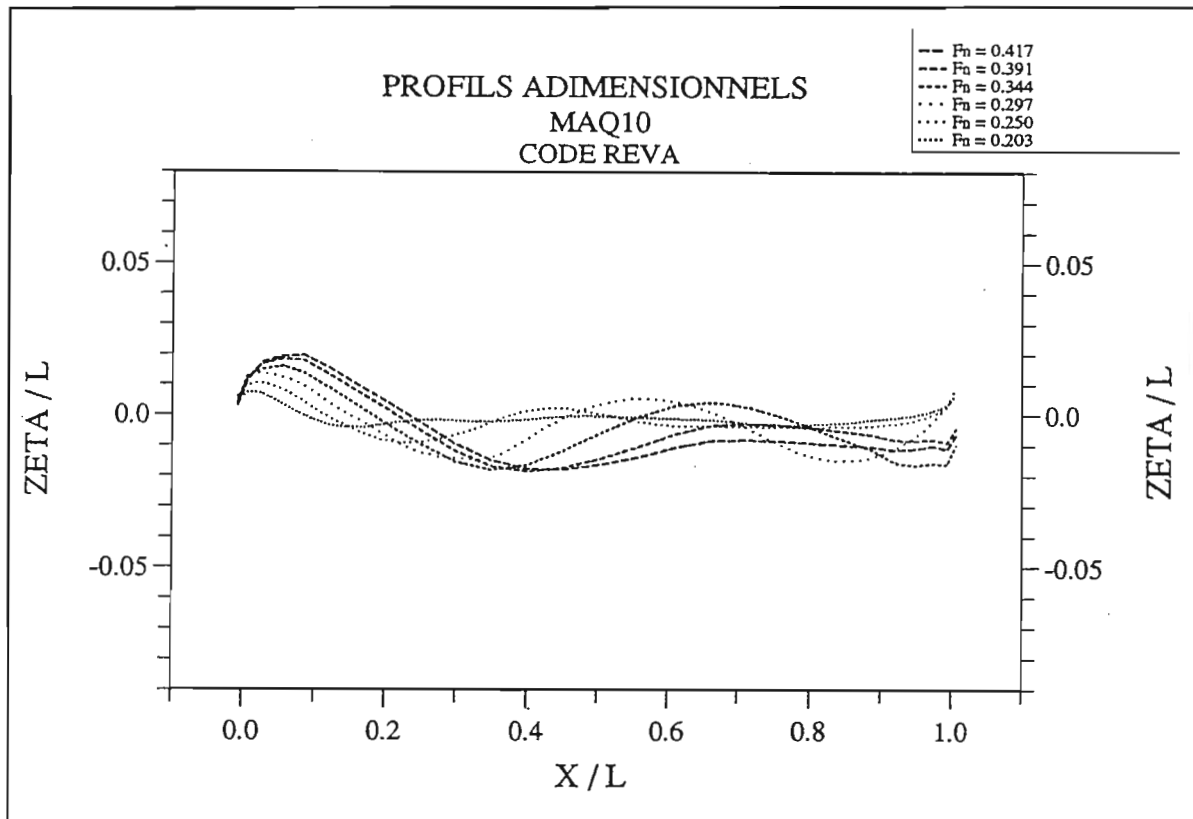


Figure 6.1a : Les profils adimensionnels calculés par le code REVA pour  $Maq10$ .

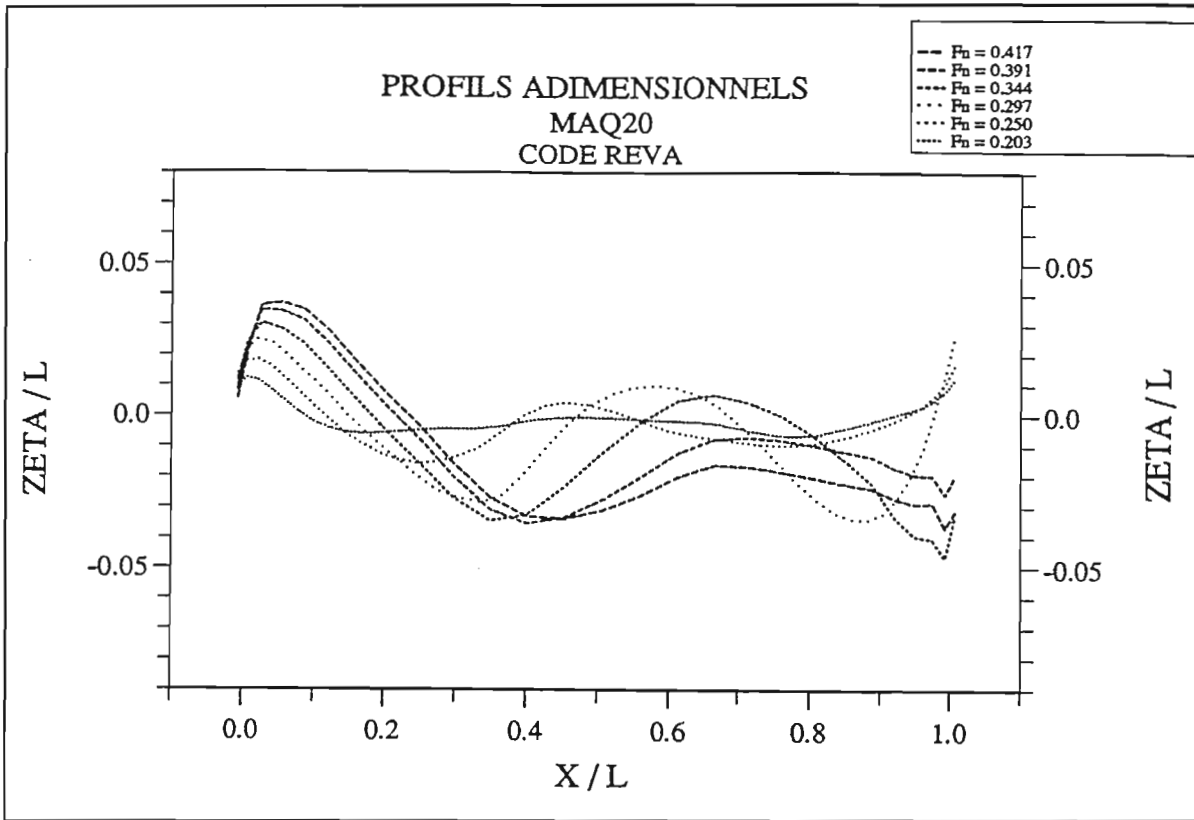


Figure 6.1b : Les profils adimensionnels calculés par le code REVA pour Maq20.

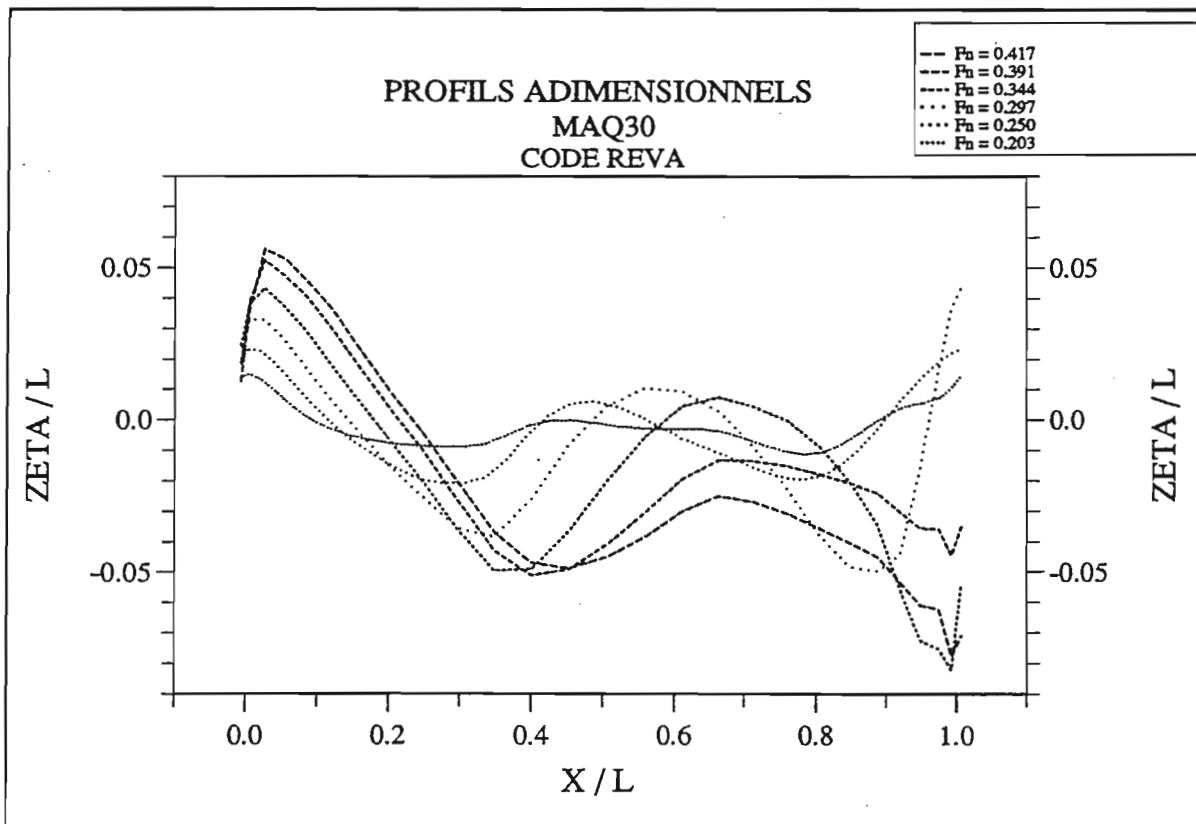


Figure 6.1c : Les profils adimensionnels calculés par le code REVA pour Maq30.

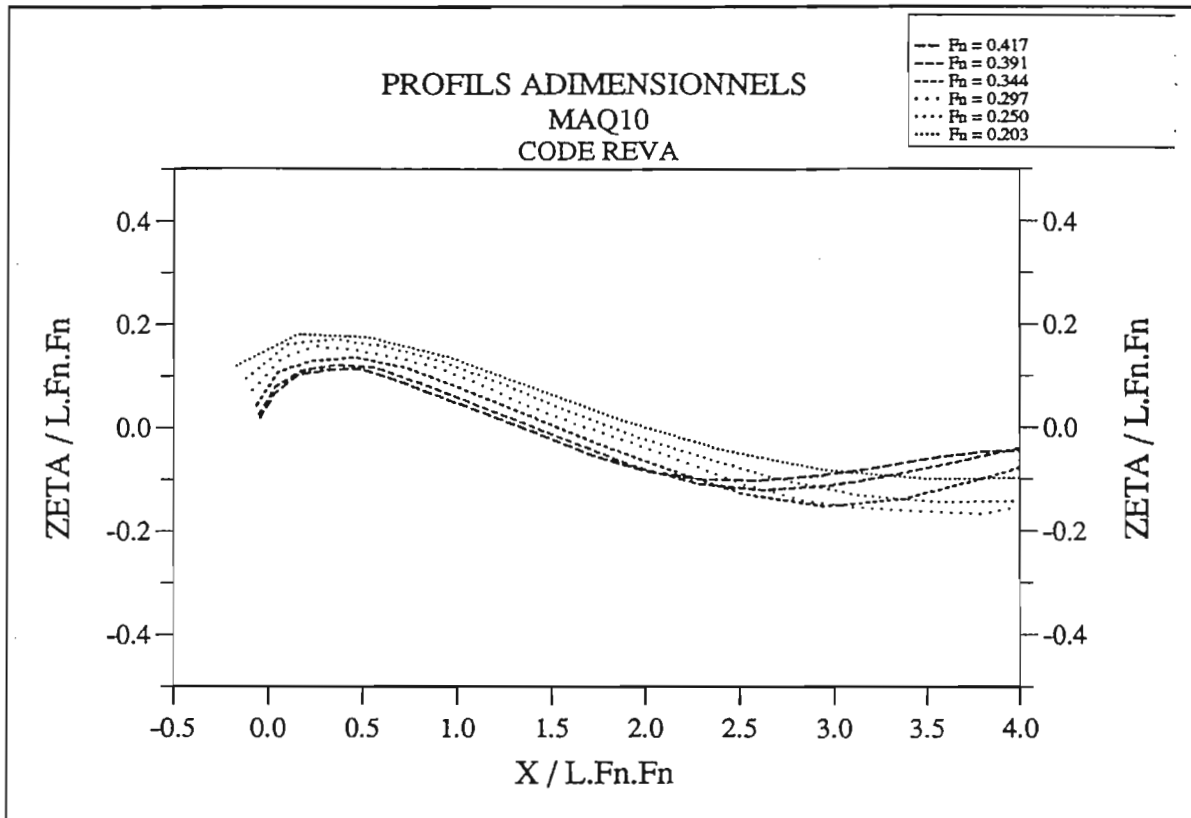


Figure 6.2a : Détail des profils adimensionnels calculés par le code REVA pour Maq10.

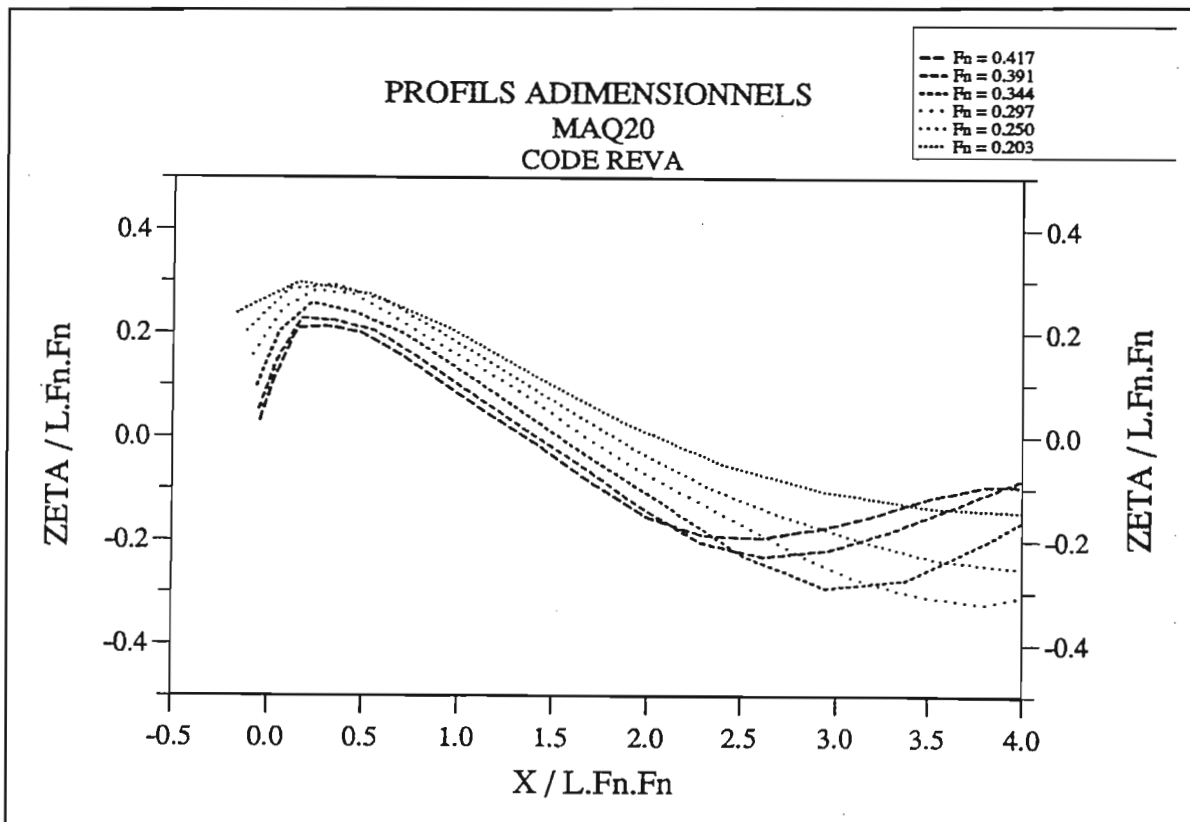


Figure 6.2b : Détail des profils adimensionnels calculés par le code REVA pour Maq20.



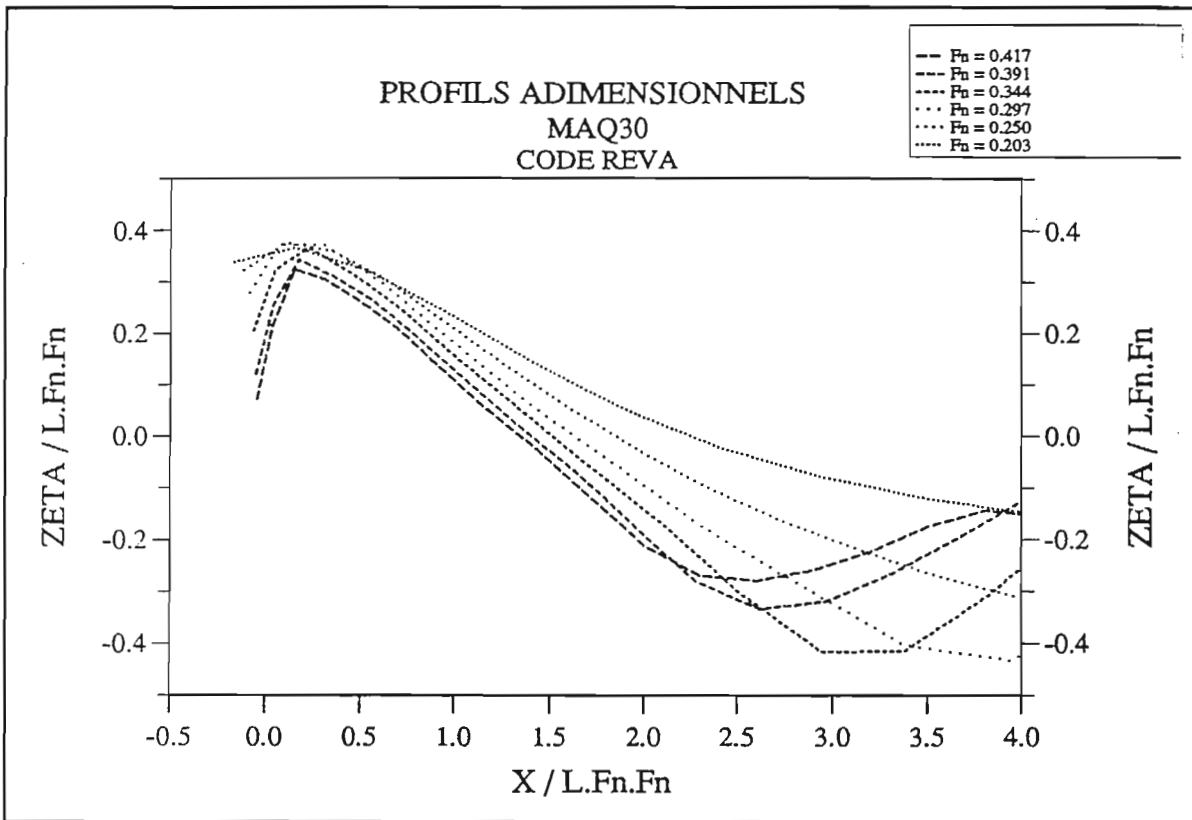


Figure 6.2c : Détail des profils adimensionnels calculés par le code REVA pour Maq30.

### b) Profils de vagues le long de la carène de Wigley

La figure 6.3, qui donne l'évolution de la hauteur de vague le long de la carène, montre que les profils évoluent régulièrement et que les deux premières crêtes reculent lorsque le nombre de Froude augmente. La hauteur de la vague d'étrave croît de manière régulière avec la vitesse d'avance alors que celle de la seconde crête varie peu. Le premier creux recule lui aussi et devient de plus en plus prononcé quand la vitesse croît.

Pour essayer de déterminer l'influence de la vitesse d'avance sur la hauteur de la vague d'étrave on a adimensionné les hauteurs de vagues et les abscisses par  $L.Fn.Fn$ .

Les courbes adimensionnelles  $\zeta / L.Fn.Fn = f(x / L.Fn.Fn)$  ont été tracées sur la figure 6.4. On observe un regroupement des courbes avec en particulier des abscisses très proches mais la hauteur maximale réduite décroît lorsque le nombre de Froude croît et l'écart entre les hauteurs maximales reste semblable à ce qu'il était sur les courbes de la figure 6.3 simplement avec un ordre inversé. On peut donc penser que la hauteur maximale de la première crête n'est pas fonction du carré de la vitesse.

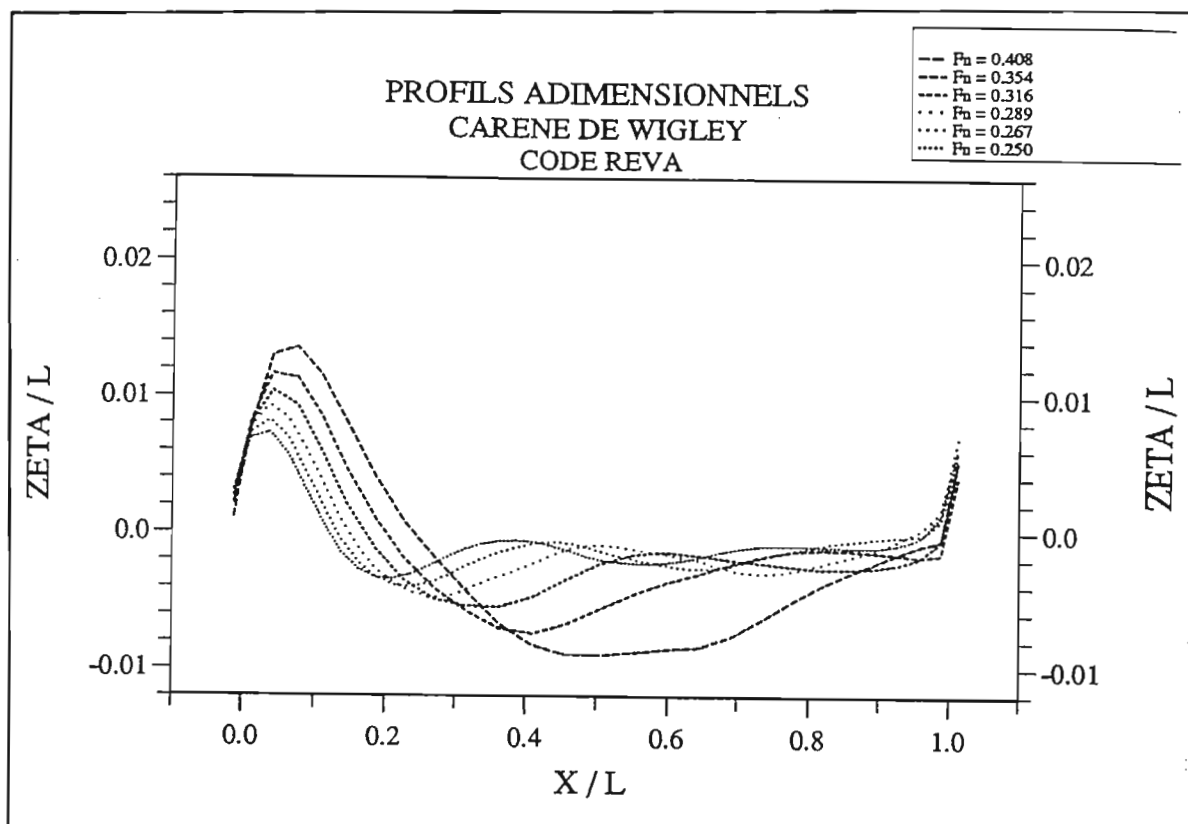


Figure 6.3 : Les profils adimensionnels calculés par le code REVA pour la carène de Wigley.

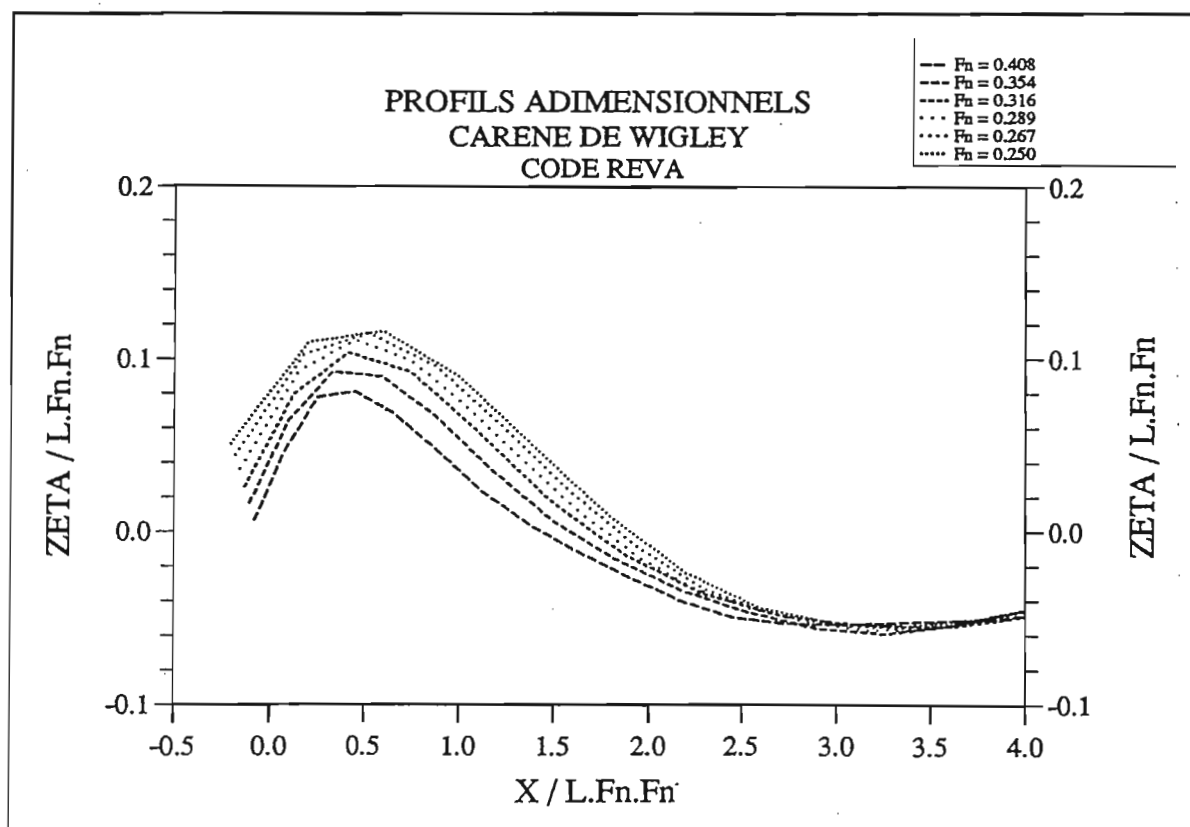


Figure 6.4 : Détail des profils adimensionnels calculés par le code REVA pour la carène de Wigley.

### 6.1.3. - Champ de vagues autour de Maq20

Nous avons présenté au chapitre 1 les moyens utilisés pour mesurer le champ de vagues autour de Maq20 avançant à une vitesse de 0.96 m / s soit  $Fn = 0.250$ .

La figure 6.5 montre la compilation des résultats du champ proche avec ceux du champ lointain. Nous pouvons noter que la jonction entre les deux méthodes d'acquisition des hauteurs ne présente pas de discontinuité.

Les meures sont faites d'un seul côté de la carène. L'écoulement est symétrique autour du modèle. La symétrisation du champ de vagues est faite par le programme de tracé.

Les hauteurs ZETA en cm vont en diminuant du rouge vers le bleu. On retrouve la crête autour de l'étrave ainsi qu'au milieu de la carène et à l'arrière. Il y a donc environ deux vagues, soit 3 crêtes, le long de la maquette. Ceci paraît conforme au calcul qui indique une longueur d'onde de 0.59 m pour une vitesse de 0.96 m/s alors que Maq20 mesure 1.5 m de long.

Le décrochement visible à l'avant et à l'arrière de la carène près de l'axe longitudinal de la maquette correspond à une absence de mesure. Celle-ci est due à l'impossibilité de mesurer la surface libre dans ces deux zones avec le dispositif expérimental mis en oeuvre.

Nous comparons le champ de vagues mesuré expérimentalement à celui calculé par le code REVA. La figure 6.7 présente le champ calculé alors que la figure 6.6 présente celui qui a été mesuré.

La figure 6.8 permet la comparaison directe au voisinage de la maquette des deux champs de vagues.

On note la qualité des résultats REVA. Bien qu'étant un code en fluide parfait, les calculs permettent de retrouver la position des différentes crêtes à proximité de la maquette et donnent en première approximation les ordres de grandeurs des déformées de surface libre pour des vagues qui, rappelons le, ne déferlent pas.

**RESULTATS EXPERIMENTAUX**

**MAQ20 A  $F_n=0.250$**

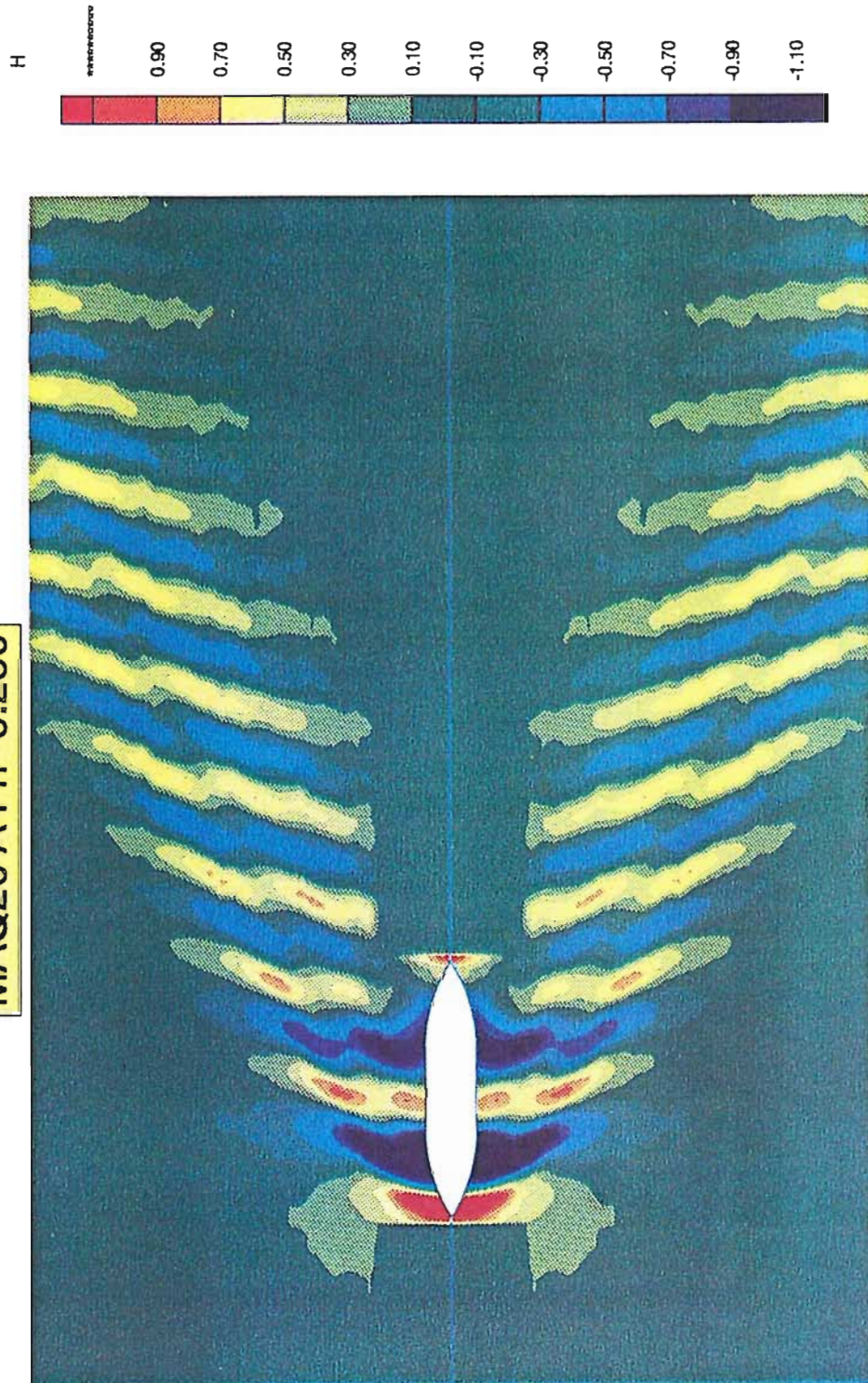


Figure 6.5 : Le champ de vagues mesuré autour de Maq20 à  $F_n = 0.250$



RESULTATS EXPERIMENTAUX

MAQ20 A  $F_n=0.250$

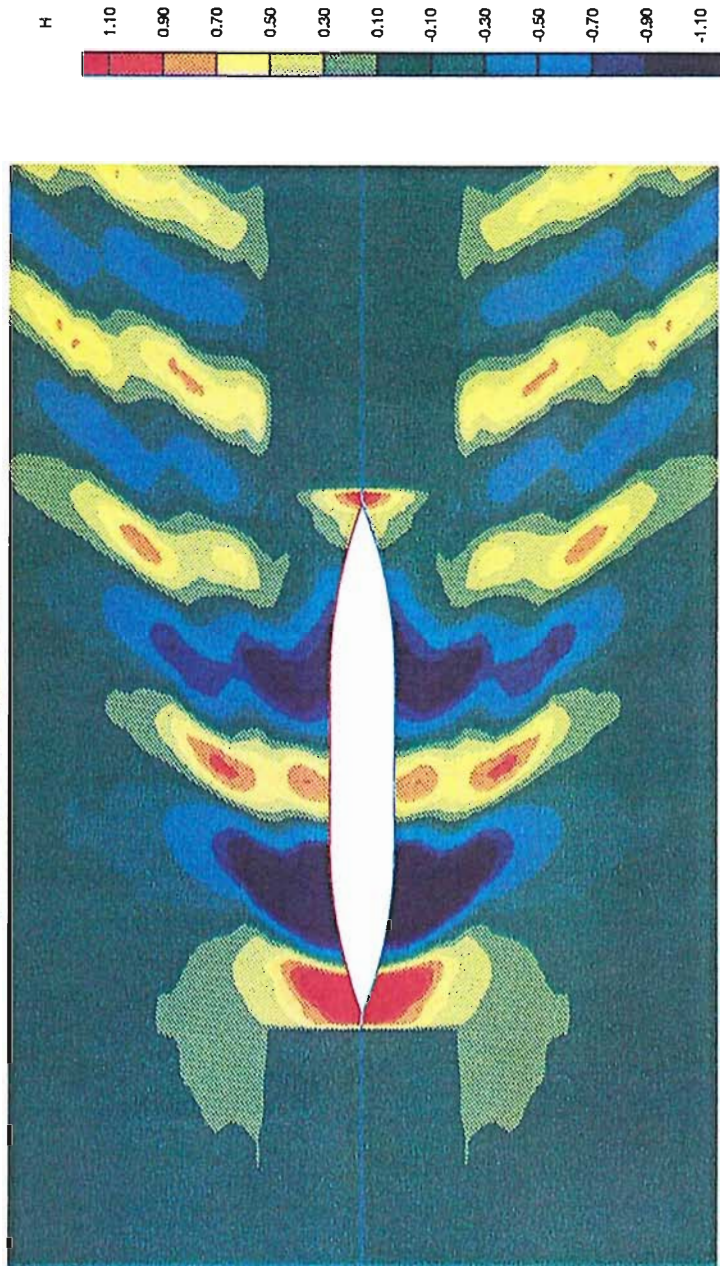


Figure 6.6 : Détail du champ de vagues mesuré autour de Maq20 à  $F_n = 0.250$



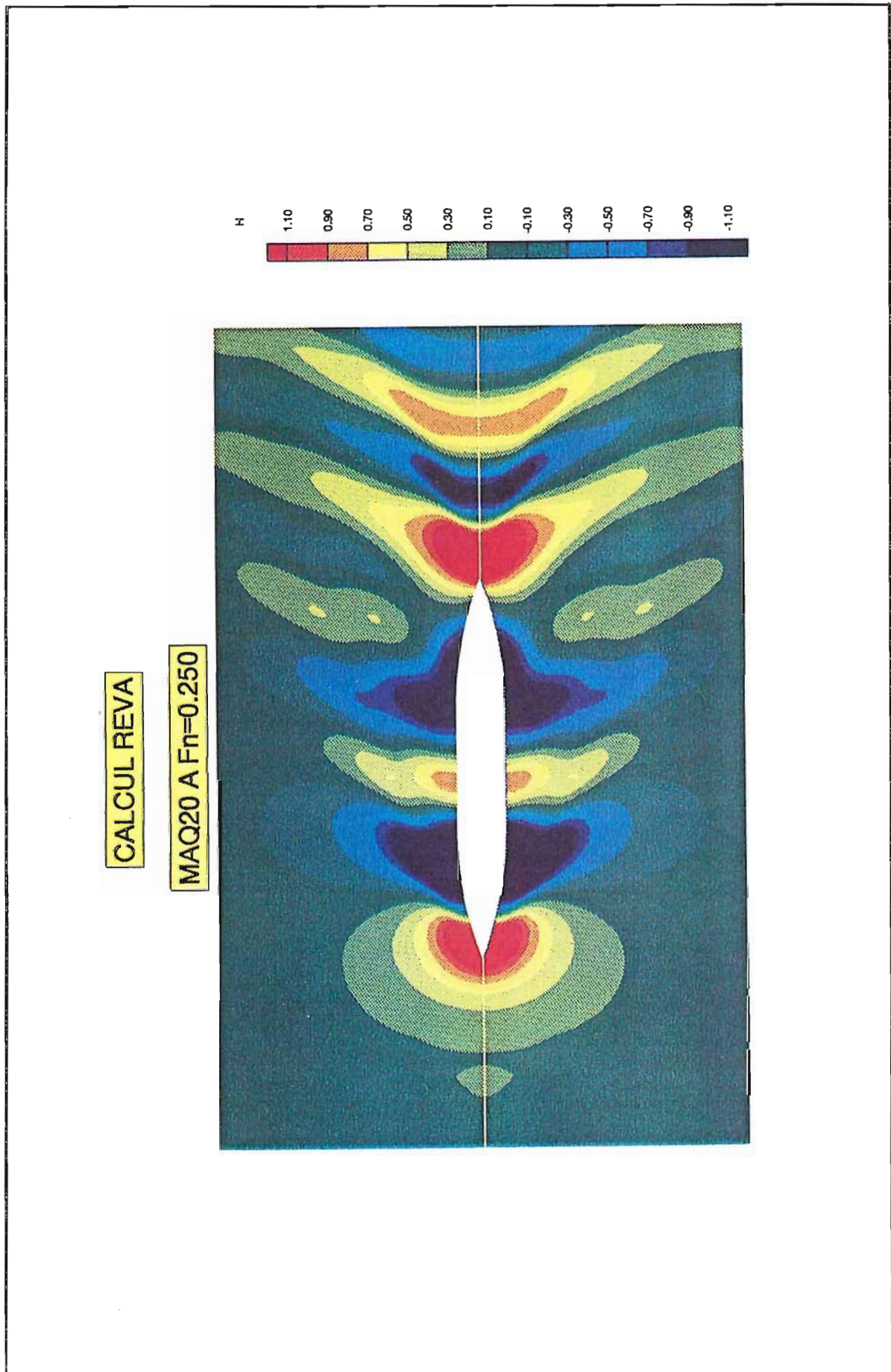


Figure 6.7 : Détail du champ de vagues calculé par REVA autour de Maq20 à  $Fr = 0.250$





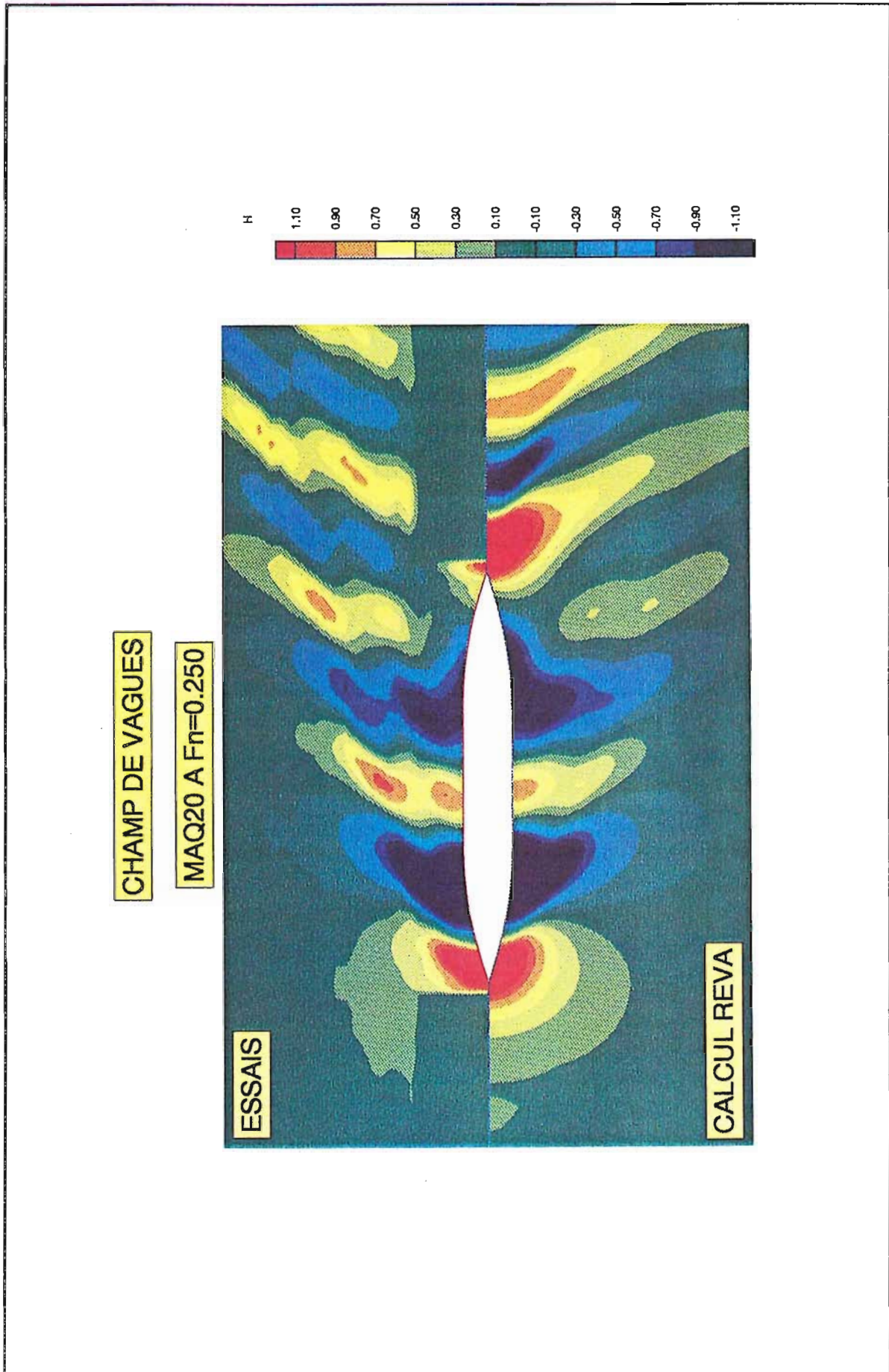


Figure 6.8 : Comparaison des champs de vagues au voisinage de la maquette Maq20



### 6.1.4 - Calcul des efforts

Le code REVA calcule le coefficient de résistance de vagues par trois méthodes différentes :

- calcul des efforts au premier ordre qui donne  $Cw1$
- calcul des efforts au second ordre qui donne  $Cw2$
- calcul au second ordre corrigé par une intégrale de ligne sur le contour de la flottaison qui donne  $Cw3$

Les courbes 6.9 et 6.10 montrent les résultats obtenus pour Maq20 et Maq30. Les trois courbes gardent la même allure générale et le coefficient  $Cw$  croît lorsque l'angle du dièdre augmente. On constate que les efforts au second ordre sont supérieurs à ceux au premier ordre qui sont eux même supérieurs à ceux prenant en compte l'intégrale de ligne. Les écarts sont particulièrement marqués lorsque  $0.313 \leq Fn \leq 0.365$ .

Le coefficient de résistance de vagues  $Cw2$  a été retenu pour la comparaison avec nos résultats en bassin car d'une part les efforts sont d'un ordre supérieur à ceux obtenus avec  $Cw1$  et d'autre part le calcul utilise la surface mouillée au repos comme nous l'avons fait avec nos résultats expérimentaux.

Le code REVA donne des courbes de  $Cw$  qui ont la même allure que celles des résultats expérimentaux (Figures 6.11 et 6.12) mais en les surévaluant systématiquement. Ceci est particulièrement vrai pour Maq30 lorsque  $0.313 \leq Fn \leq 0.365$ .

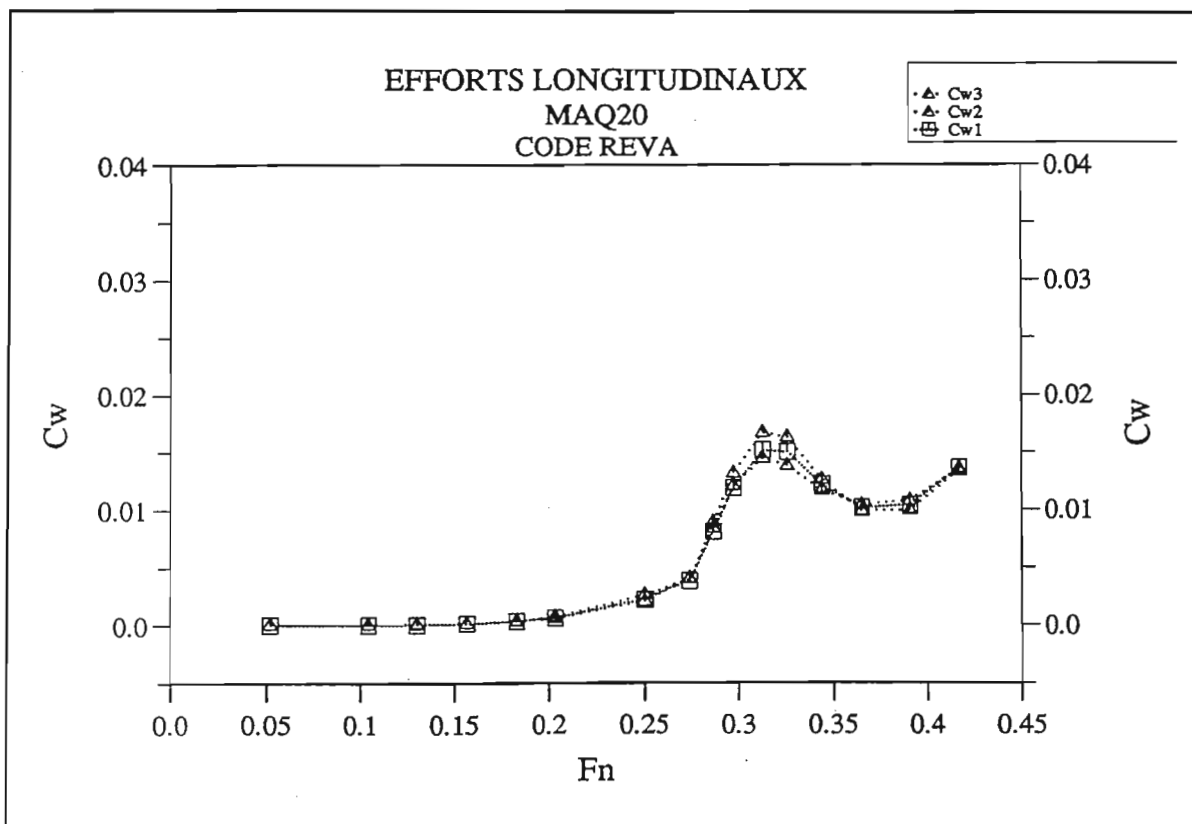


Figure 6.9 : Les coefficients  $Cw$  calculés par REVA pour Maq20.

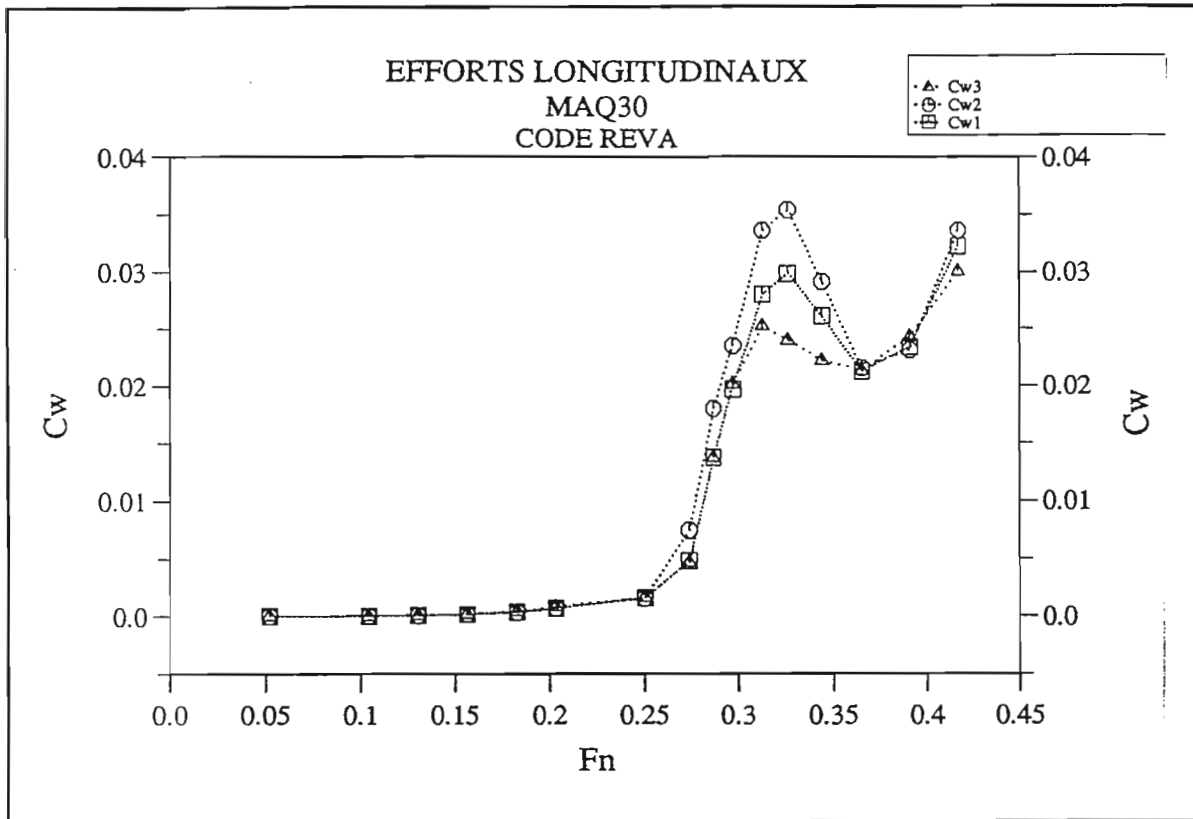


Figure 6.10 : Les coefficients Cw calculés par REVA pour Maq30.

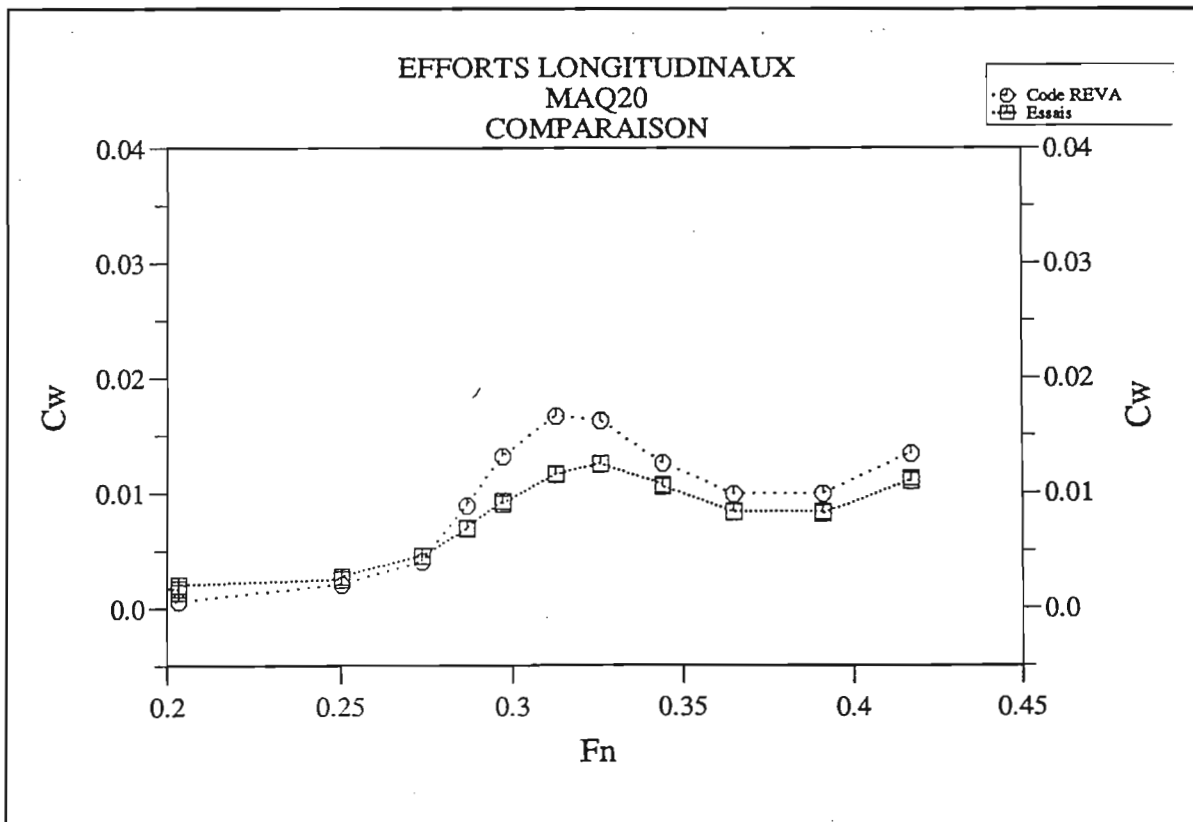


Figure 6.11 : Comparaison des Cw pour Maq20.

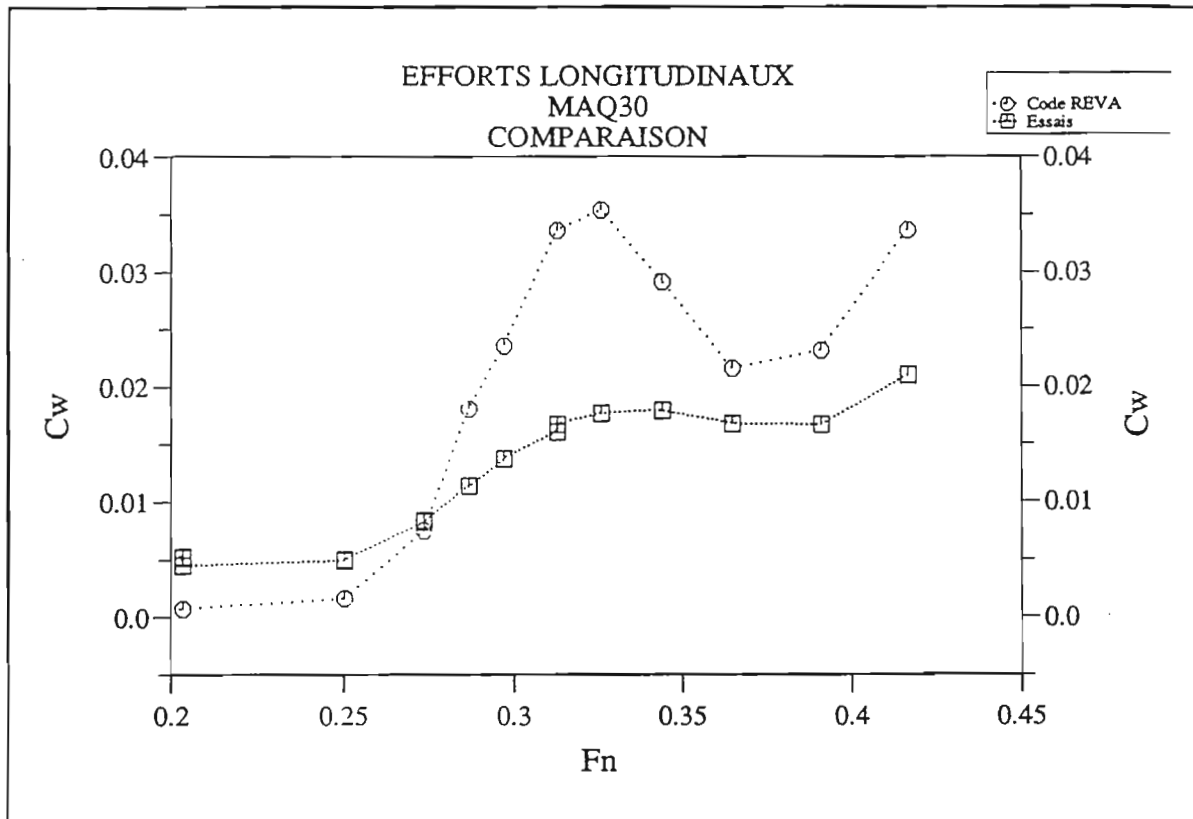


Figure 6.12 : Comparaison des Cw pour Maq30.

### 6.1.5 - Temps CPU

Pour information nous présentons ci-après les temps de calcul nécessaires pour les calculs REVA sur le Vax 4000 - 500 de l'ECN. Le temps pour chaque nombre de Froude est le temps nécessaire à la résolution du système linéaire.

Carène	Nombre de couples	Temps pour chaque Froude
Wigley	25	1,5 minutes
	35	4 minutes
Maq $\alpha$	25	2 minutes
	30	3 minutes
	35	4 minutes

Tableau 6.2 : Temps CPU pour le code REVA

Ces temps sont donnés afin de fixer les ordres de grandeur.

## 6.2 - APPLICATIONS DU CODE CCL.

Le logiciel CCL a été appliqué à la carène de Wigley et à la maquette Maq20 pour les mêmes nombres de Froude que l'application précédente de REVA.

### 6.2.1 - Mise en oeuvre du logiciel CCL

L'une des difficultés de mise en oeuvre du code CCL vient du fait que l'on utilise un schéma de différences finies à trois pas de temps décentré amont pour calculer la dérivée par rapport au temps. En toute rigueur nous ne pouvons pas calculer cette dérivée aux trois premiers pas de temps. Comme le domaine de calcul commence à l'étrave en  $x = 0$  et afin de ne pas perdre trop d'informations à ce niveau nous avons choisi de placer de très petits couples sur l'avant. Nous avons alors procédé à de nombreux essais de maillage de cette zone et nous avons pu constater sur la maquette Maq20 combien les conditions initiales à l'étrave influent sur le profil obtenu comme en témoigne la figure 6.13. La courbe notée "code CCL modifié" correspond à une définition des petits couples de l'étrave différente de celle retenue finalement pour les autres calculs.

Nous avons par ailleurs étudié l'influence du nombre de couples sur la forme du profil. La figure 6.14 montre que l'influence est négligeable sur la forme du profil alors que le temps de calcul est proportionnel au nombre de couples.

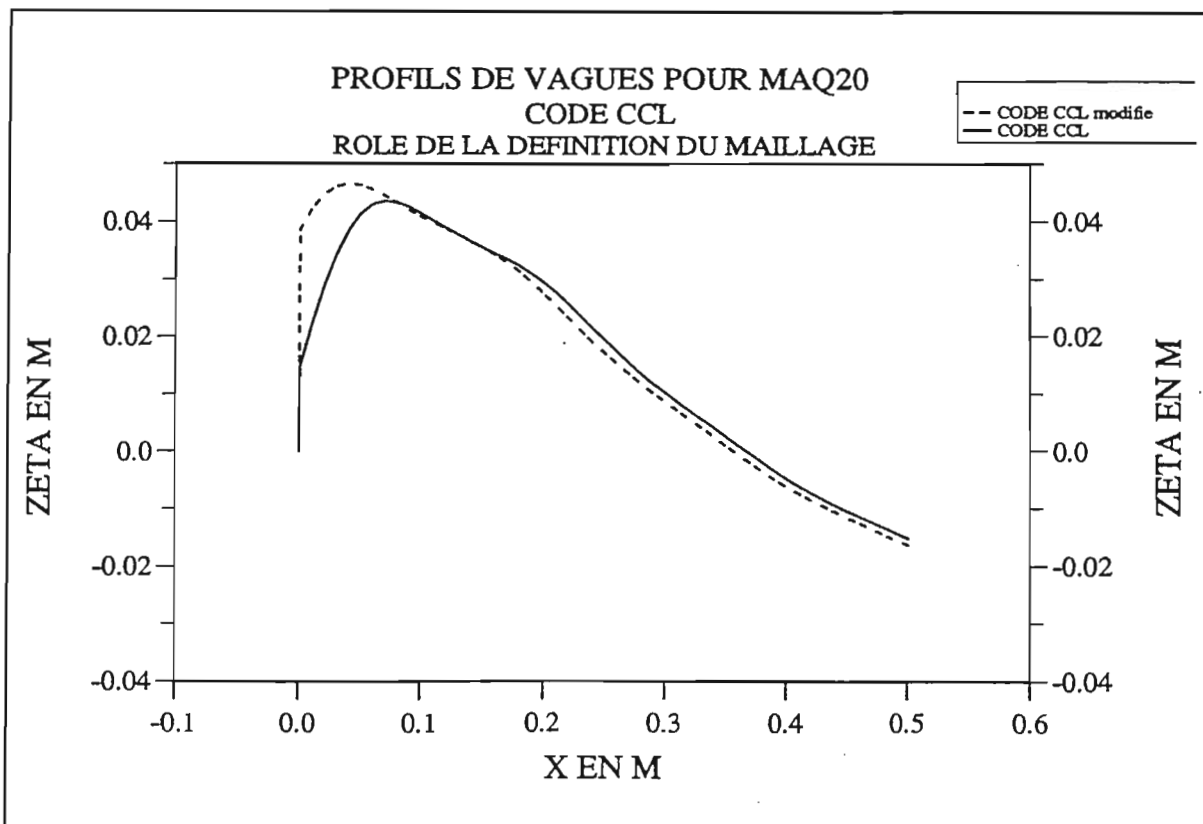


Figure 6.13 : Influence de la définition du maillage.

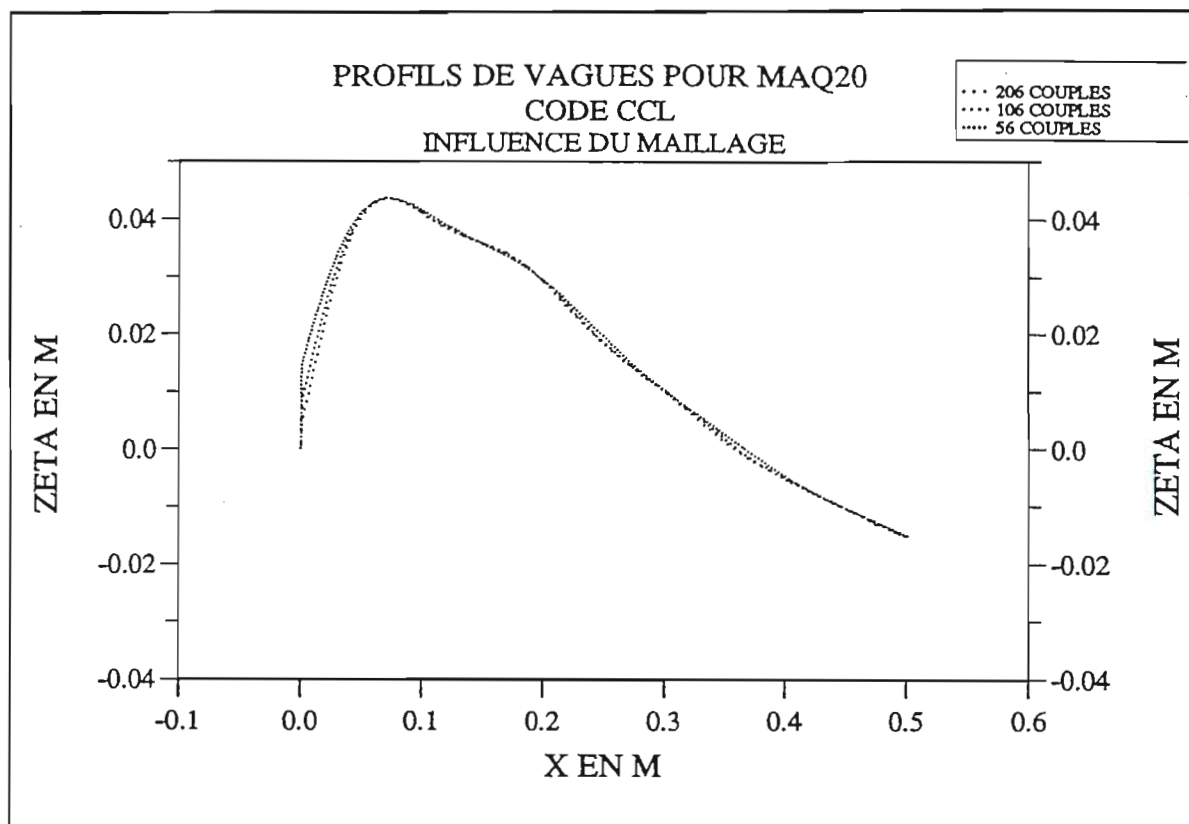


Figure 6.14 : Influence du nombre de couples.

### 6.2.2 - Profils de vagues

Les résultats obtenus ne peuvent être validés qu'au voisinage de l'étrave si on veut respecter les hypothèses faites dans le schéma d'écoulement modélisé. Pour la pratique des comparaisons avec les autres résultats les tracés des courbes ont été faits avec la même échelle sur l'axe des x.

#### a) Profils de vagues le long de Maq20

Nous avons retenu les profils avec 55 couples référencé CCL sur la figure 6.13. Les profils sur l'avant de la maquette évoluent de manière régulière et la hauteur de vague d'étrave croît avec la vitesse d'avance (Figure 6.15).

#### b) Profils de vagues le long de la carène de Wigley

Comme pour les calculs du code REVA les profils sur l'avant de la carène de Wigley évoluent de manière régulière et la hauteur de vague d'étrave croît avec la vitesse d'avance (Figure 6.16).



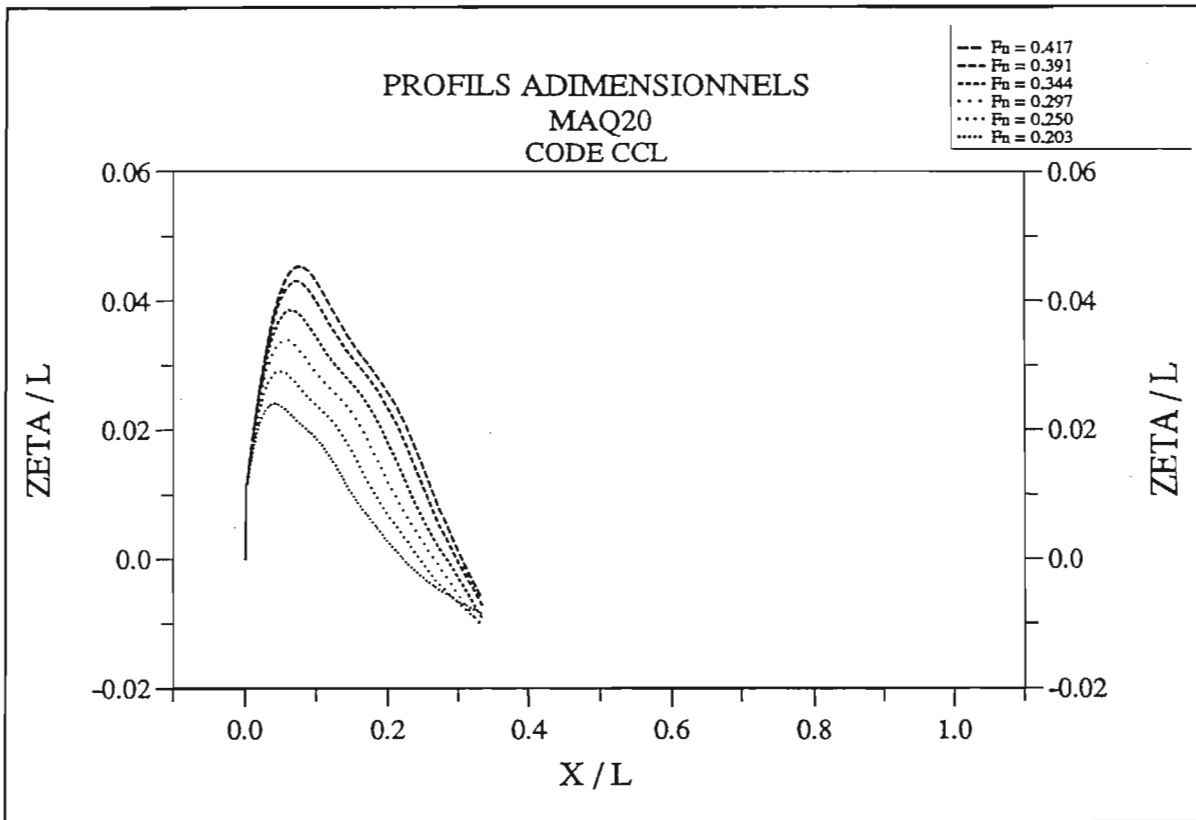


Figure 6.15 : Les profils adimensionnels calculés par le code CCL pour Maq20.

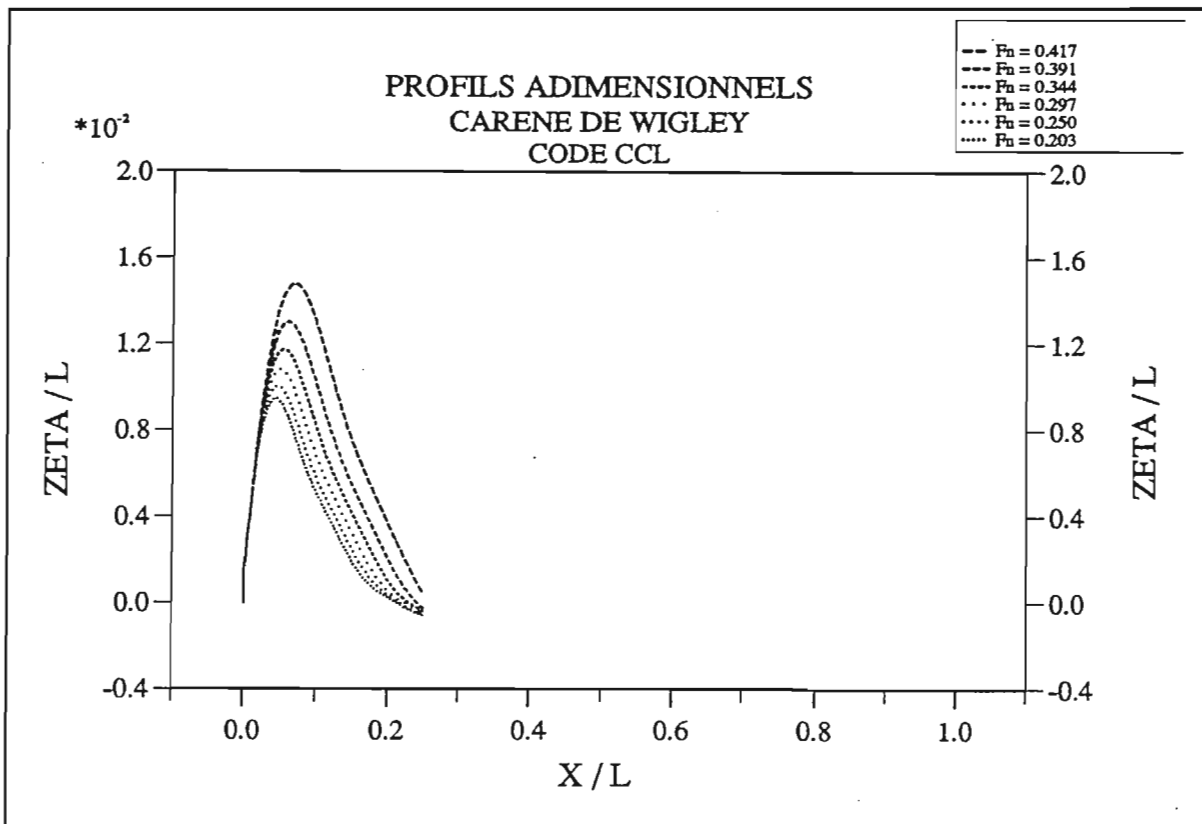


Figure 6.16 : Les profils adimensionnels calculés par le code CCL pour la carène de Wigley.

### 6.2.3 - Temps CPU

Pour information nous présentons ci-après les temps de calcul nécessaires pour les calculs CCL sur le Vax 4000 - 500 de l'ECN.

Carène	Nbre de couples	Nbre de facettes	Temps pour chaque Froude
Wigley			4 minutes
Maq $\alpha$	50	304	6 minutes
Maq $\alpha$	100	304	12 minutes
Maq $\alpha$	200	304	24 minutes

Tableau 6.3 : Temps CPU pour le code CCL

## 6.3 - APPLICATION DU CODE CANAL2

### 6.3.1 - Mise en oeuvre du logiciel CANAL2.

Les longueurs utilisées pour le calcul sont toutes adimensionnalisées par la hauteur d'eau initiale  $h$ . La carène est caractérisée par sa longueur  $L$ , son bau  $B$  et son tirant d'eau  $T$ . La configuration de travail est celle d'un flotteur de tirant d'eau constant placé au milieu du canal. Le modèle est fixe.

Le code est très sensible à la discrétisation de chaque élément de la frontière  $\partial D$  et présente des contraintes de maillage dont le but est d'assurer un meilleur conditionnement des matrices.

Le nombre de Froude est donné dans le préprocesseur PRECANAL. Ce nombre de Froude permet de définir la vitesse adimensionnelle et l'intervalle de temps nécessaire pour parcourir une distance égale au quart de la longueur totale.

Le code CANAL2 dérive de la méthode 2D-1/2 de Clément. Le problème est donc bidimensionnel instationnaire. On définit le temps final  $T_{max}$  et le pas de temps  $DT$ . L'instant initial est en  $T = 0$ .

Les résultats ont été obtenus après de très nombreux essais infructueux. C'est à dire que le code s'arrêtait soit du fait des contraintes de maillage existant aux points doubles soit parce que la vague située au contact du bordé se mettait à monter à la verticale.

Les difficultés que nous avons rencontrées et l'importance des temps CPU font que nous ne présentons les profils que pour la carène de Wigley et Maq20 et pour deux nombres de Froude seulement.

Les profils ci-dessous ne sont donc donnés que pour témoigner des difficultés que nous avons rencontrées lors de la mise en oeuvre de ce code. Il apparaît ainsi que les modifications que nous avons apportées au code CANAL pour permettre le calcul du champ de vagues généré par une vitesse avançant à vitesse constante ne sont pas satisfaisantes.

	Wigley	Maq20
Longueur	0.32	0.3
Bau	0.016	0.018
Tirant d'eau	0.02	0.04
Alpha		20°
pas de temps	0.001	0.001
Nbre segments surf.libre	280	280
Nbre segments sur carène	30	30
Nbre segments sur paroi	100	100

Tableau 6.4 : données principales de maillage pour CANAL2.

### 6.3.2 - Profils de vagues.

#### a) Profils de vagues le long de Maq20

Comme précédemment la hauteur de vague d'étrave et son abscisse croissent avec la vitesse d'avance (Figure 6.17). Les profils sont réguliers mais celui à  $Fn = 0.203$  présente une seconde bosse que nous n'avons pas pu éliminer malgré de très nombreux essais de maillage. Nous avons vérifié qu'il ne s'agit pas de réflexion sur la paroi latérale du bassin mais nous n'avons pas pu en déterminer l'origine.

#### b) Profils de vagues le long de la carène de Wigley

Comme précédemment la hauteur de vague d'étrave et son abscisse croissent avec la vitesse d'avance. Les profils sont réguliers et ils ont la même allure (Figure 6.18) mais ils présentent une seconde bosse semblable à celle que nous pouvons observer sur la figure 6.17 et que nous n'avons pas non plus pu éliminer malgré de très nombreux essais de maillage.

Il nous apparaît à posteriori qu'il aurait peut-être été plus judicieux de réécrire un code, quitte à utiliser certains éléments de CANAL, plutôt que de chercher à modifier un code qui est déjà très complexe.

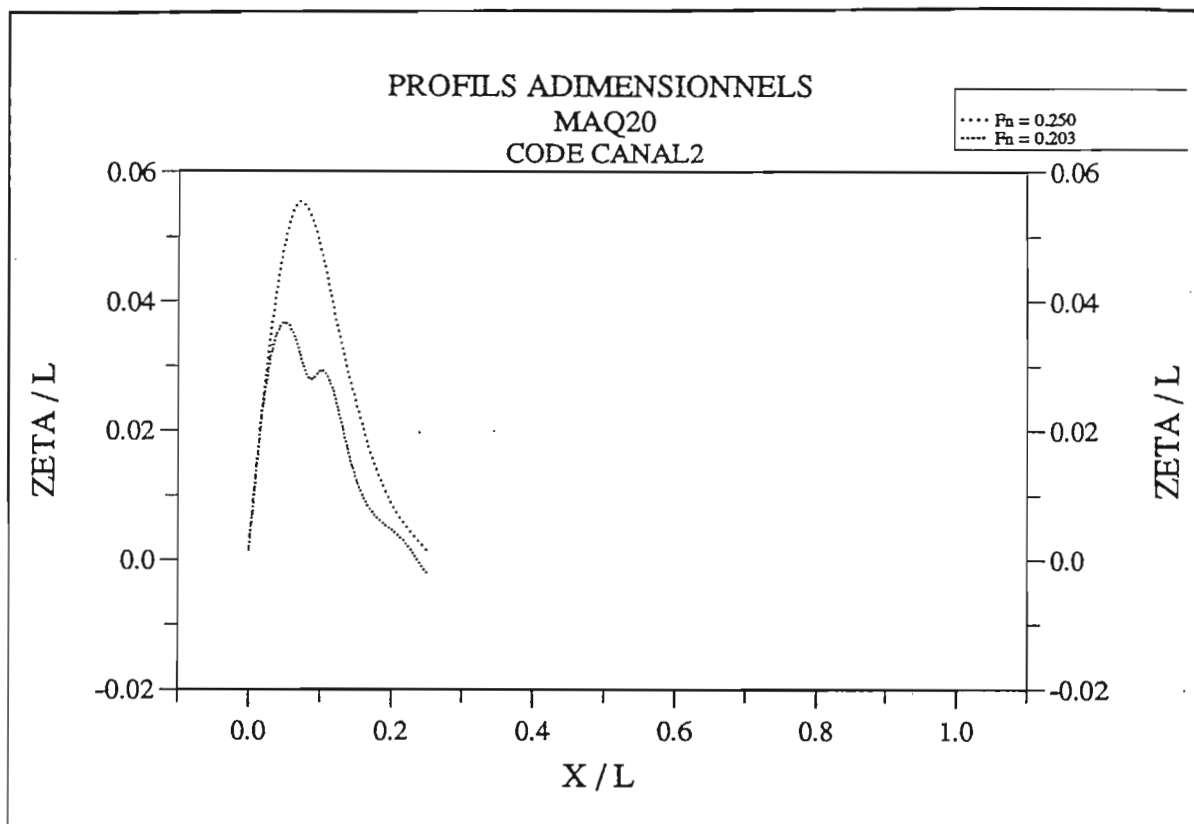


Figure 6.17 : Les profils adimensionnels calculés par le code CANAL2 pour Maq20.

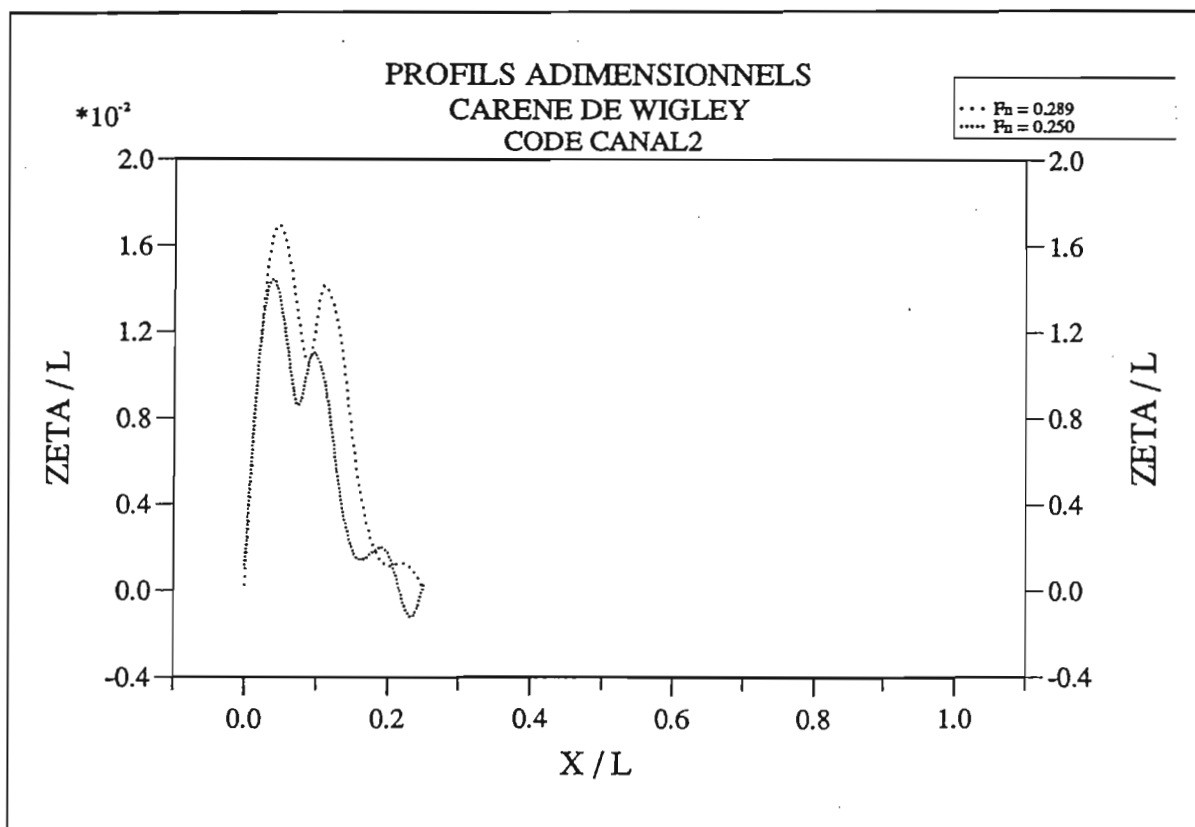


Figure 6.18 : Les profils adimensionnels calculés par le code CANAL2 pour la carène de Wigley.

### 6.3.3 - Temps CPU

Pour information nous présentons ci-après le temps nécessaire pour calculer un profil sur l'avant de la carène de Wigley avec le Vax 4000 - 500 de l'ECN.

Carène	DT	Temps pour chaque pas	Temps total
Wigley	0.005	2 minutes 20 secondes	4 heures 33 minutes

Tableau 6.5 : Temps CPU pour le code CANAL2.

## 6.4 - COMPARAISON DES PROFILS DE VAGUES LE LONG DE LA CARENE.

### 6.4.1 - Profils de vagues le long des maquettes Maq $\alpha$ .

Le code REVA donne une bonne évaluation des profils expérimentaux dont il retrouve l'allure générale sauf à l'arrière. En particulier il sous-évalue la hauteur de vague d'étrave alors qu'il surévalue la déformée de surface libre sur l'arrière des maquettes.

Si pour Maq10 et Maq20 les abscisses des crêtes et creux sont bien déterminés (Figures 6.19 à 6.24), cela n'est plus le cas pour MAQ30 lorsque  $Fn \leq 0.344$  (Figures 6.25 à 6.27). Ceci est dû au fait que cette maquette est beaucoup plus large que les deux autres. La forte courbure sur l'arrière de la carène donne naissance à des décollements et nous avons pu observer des tourbillons lors des essais.

Ces phénomènes sont à rapprocher de écarts constaté sur les coefficients de résistance de vagues aux grands nombres de Froude. L'écoulement sur l'arrière des maquettes est fortement influencé par les effets de viscosité qui ne sont évidemment pas pris en compte dans les hypothèses de fluide parfait du code REVA.

Le code CCL donne des résultats moyens car si la forme de l'arrière des profils expérimentaux n'est par retrouvée, la hauteur de vague d'étrave est mieux calculée qu'avec le code REVA.

Par contre les résultats de ce code sont plus décevants pour Maq20 puisque, malgré les hypothèses qui visent à mieux cerner le comportement de l'écoulement au voisinage de l'étrave, ni la hauteur ni l'abscisse ni la forme de la vague d'étrave ne sont bien calculées.

Le code CCL ne permet de retrouver ni l'allure générale des profils ni même la vague d'étrave. On note que le décalage est très important sur l'arrière des profils et que la forme de la vague d'étrave ne correspond pas à celle mesurée expérimentalement.

Le code CANAL2 donne des profils de vagues dont il est clair sur la figure 6.22 qu'ils ne ressemblent en rien aux résultats ni expérimentaux ni du code REVA.

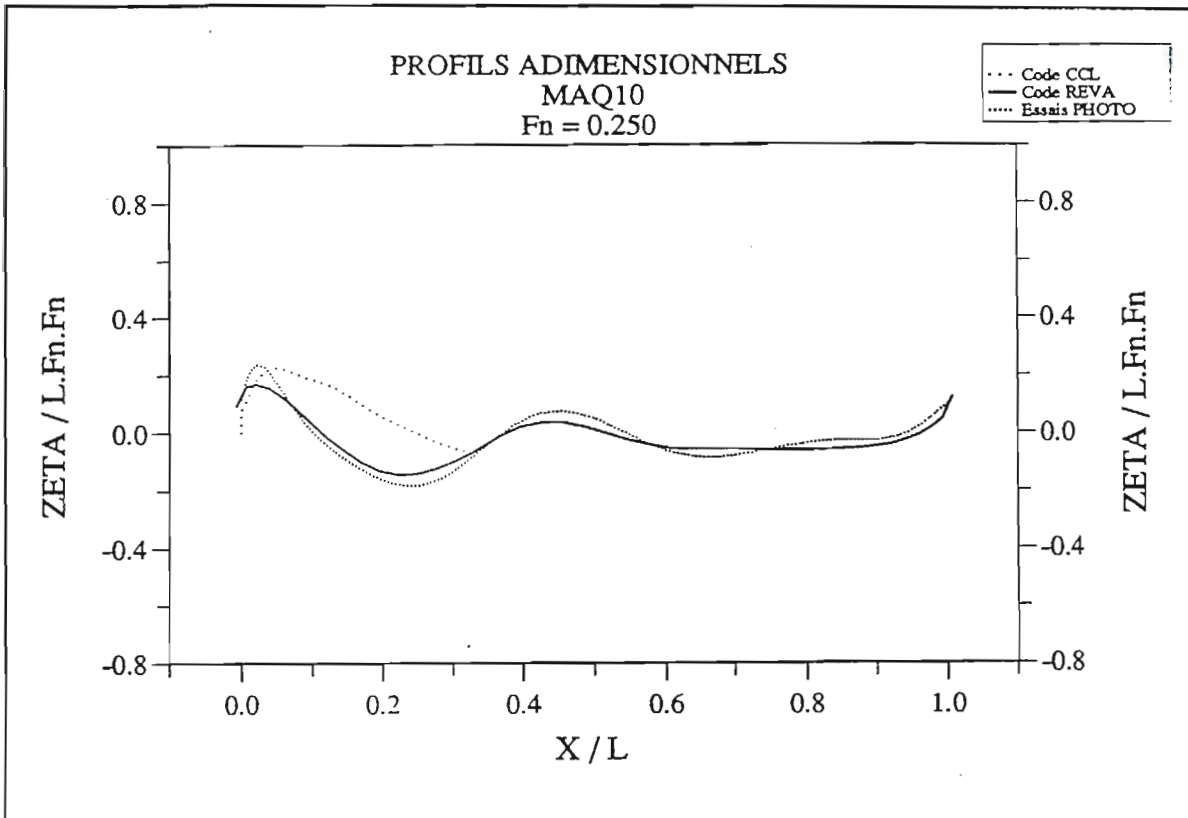


Figure 6.19 : Comparaison des profils adimensionnels pour Maq10 à Fn = 0.250.

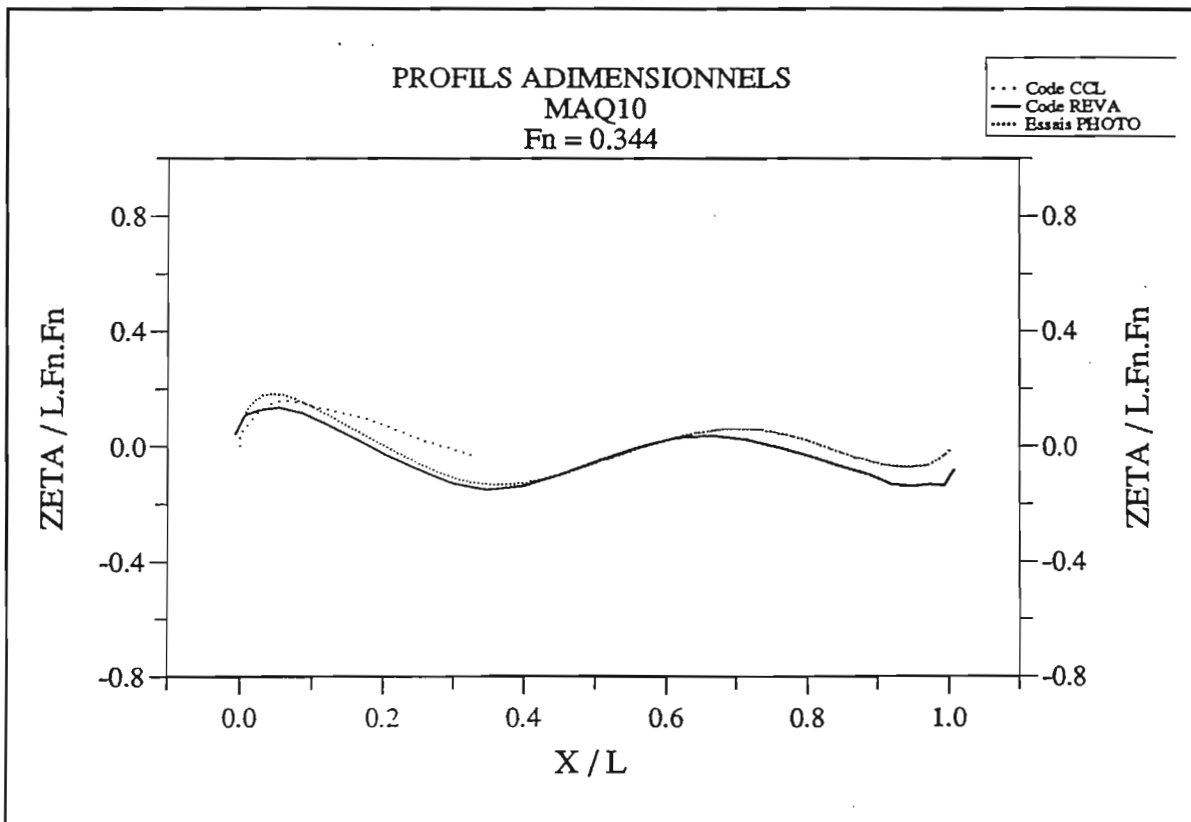


Figure 6.20 : Comparaison des profils adimensionnels pour Maq10 à Fn = 0.344.

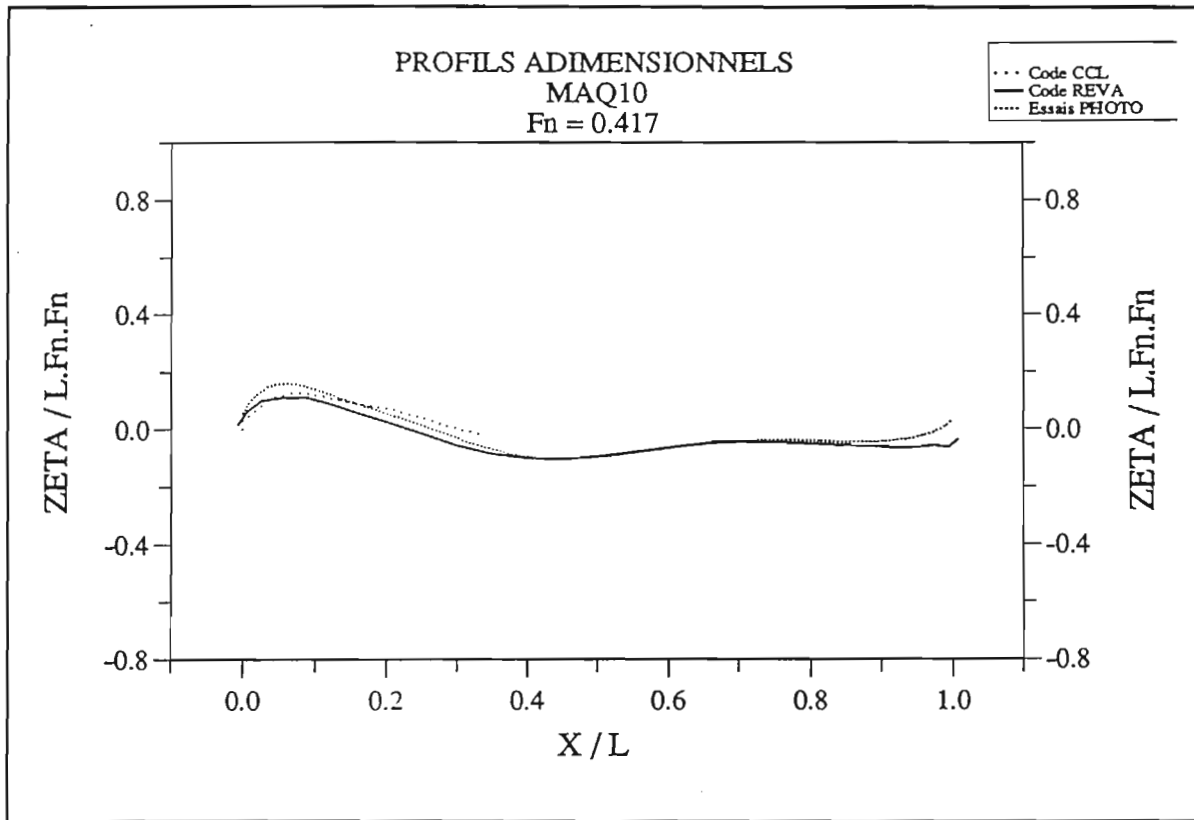


Figure 6.21 : Comparaison des profils adimensionnels pour Maq10 à Fn = 0.417.

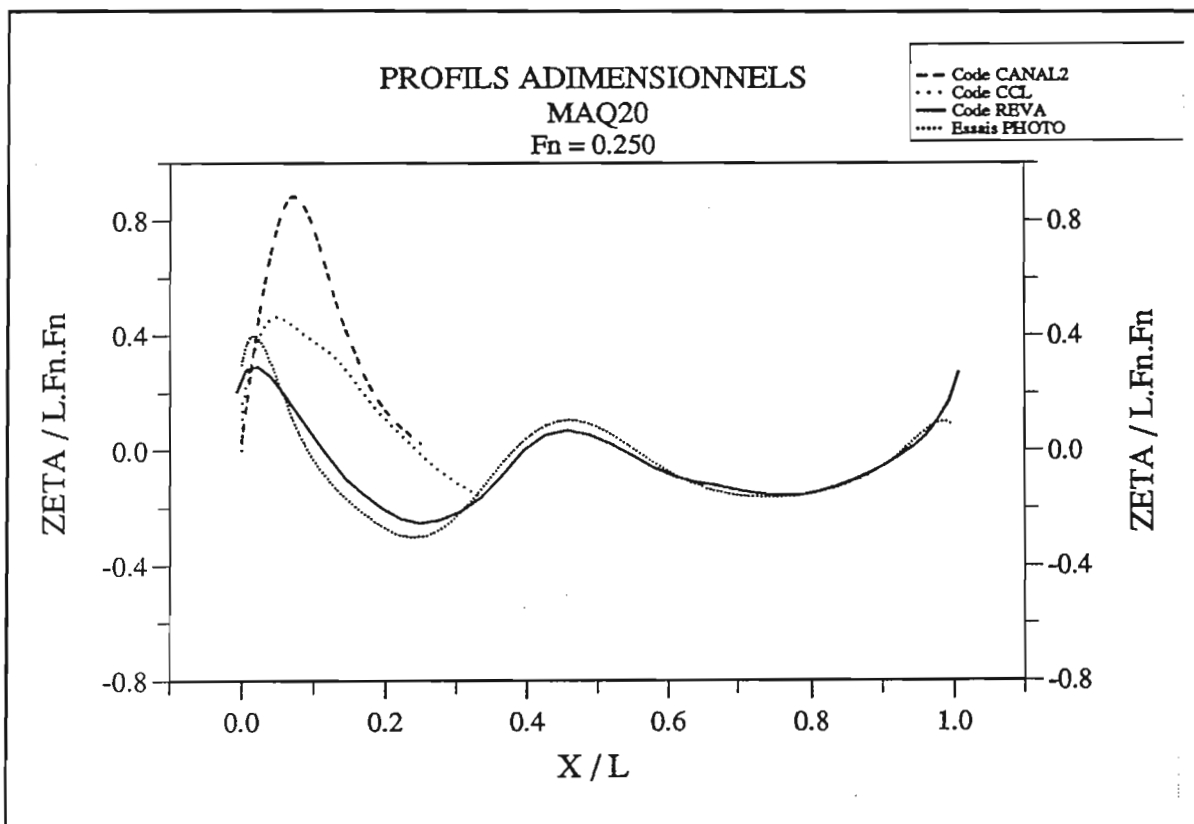


Figure 6.22 : Comparaison des profils adimensionnels pour Maq20 à Fn = 0.250.

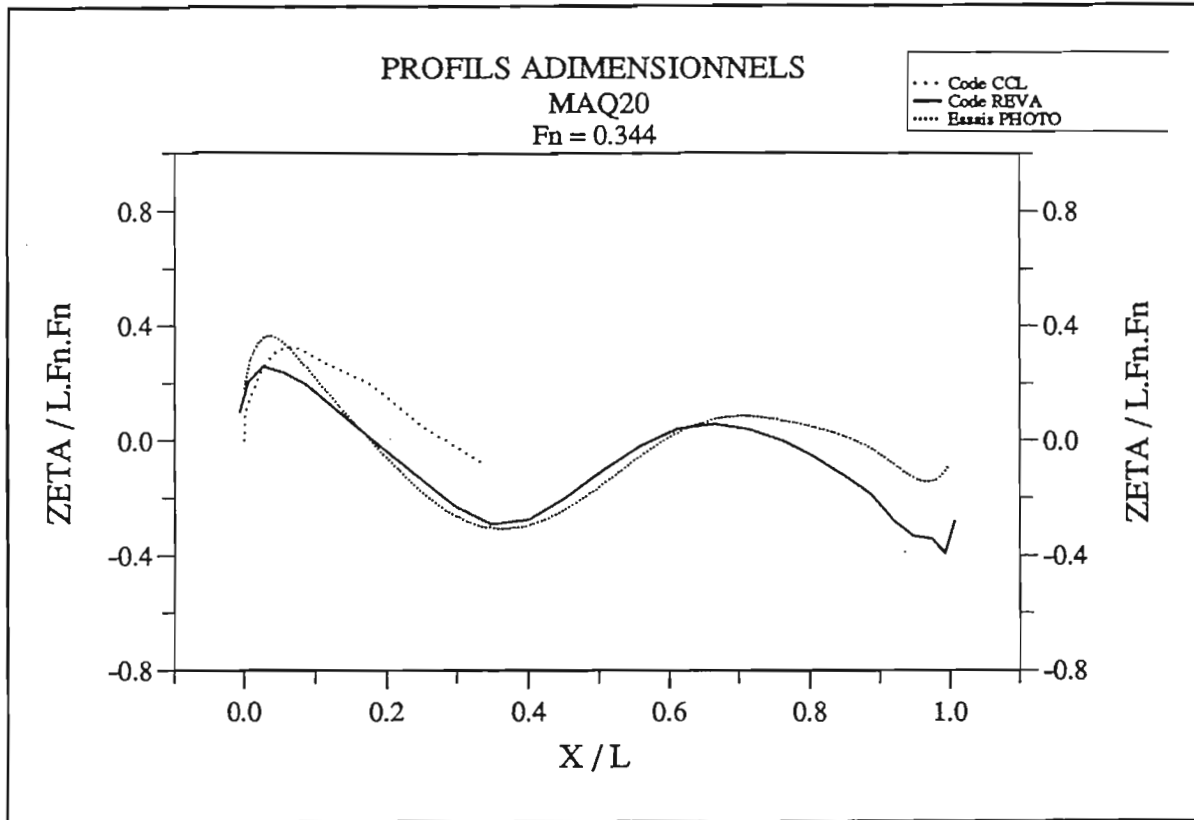


Figure 6.23 : Comparaison des profils adimensionnels pour Maq20 à  $F_n = 0.344$ .

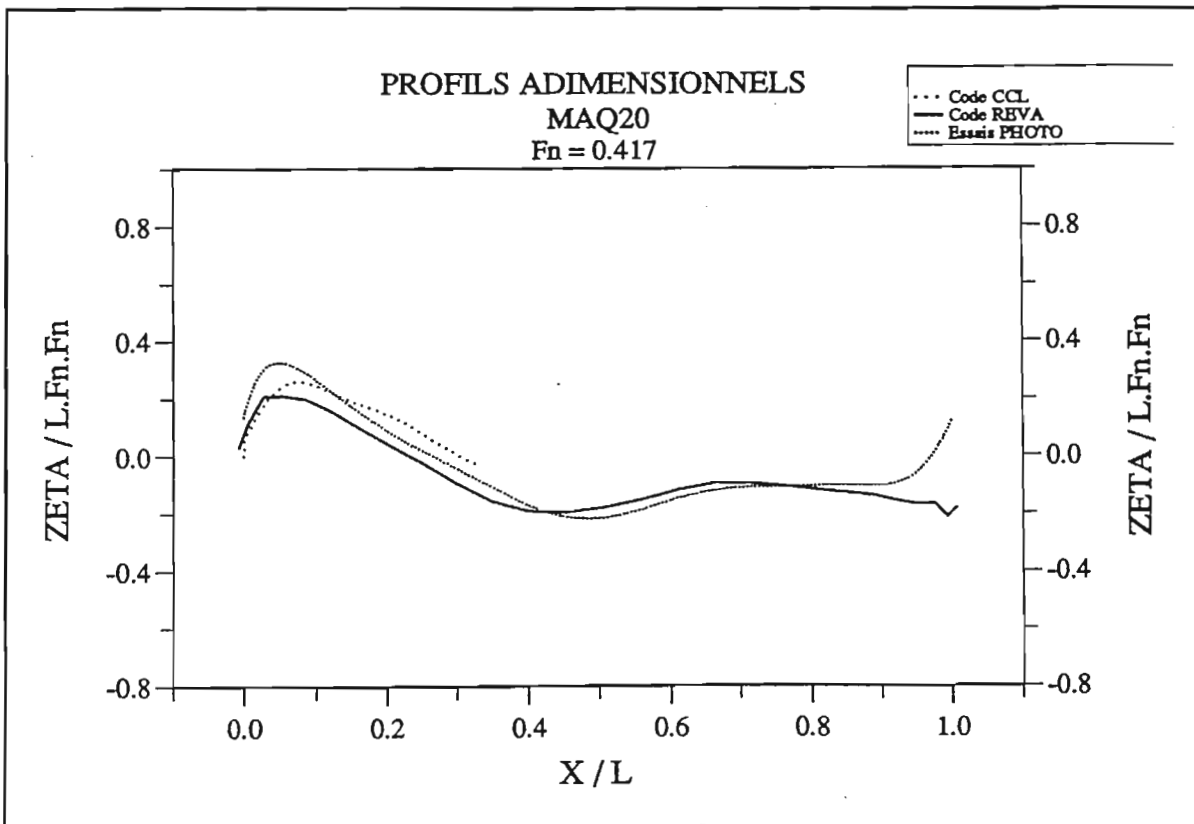


Figure 6.24 : Comparaison des profils adimensionnels pour Maq20 à  $F_n = 0.417$ .



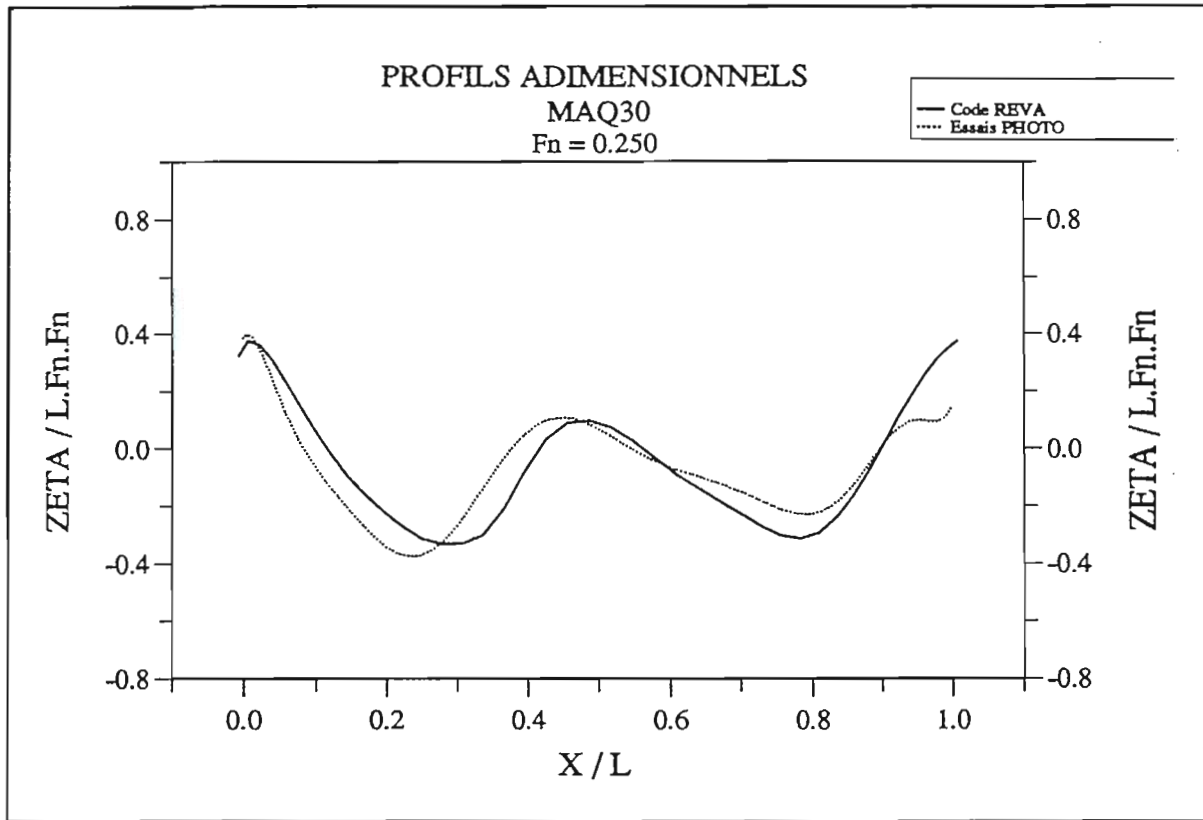


Figure 6.25 : Comparaison des profils adimensionnels pour Maq30 à  $F_n = 0.250$ .

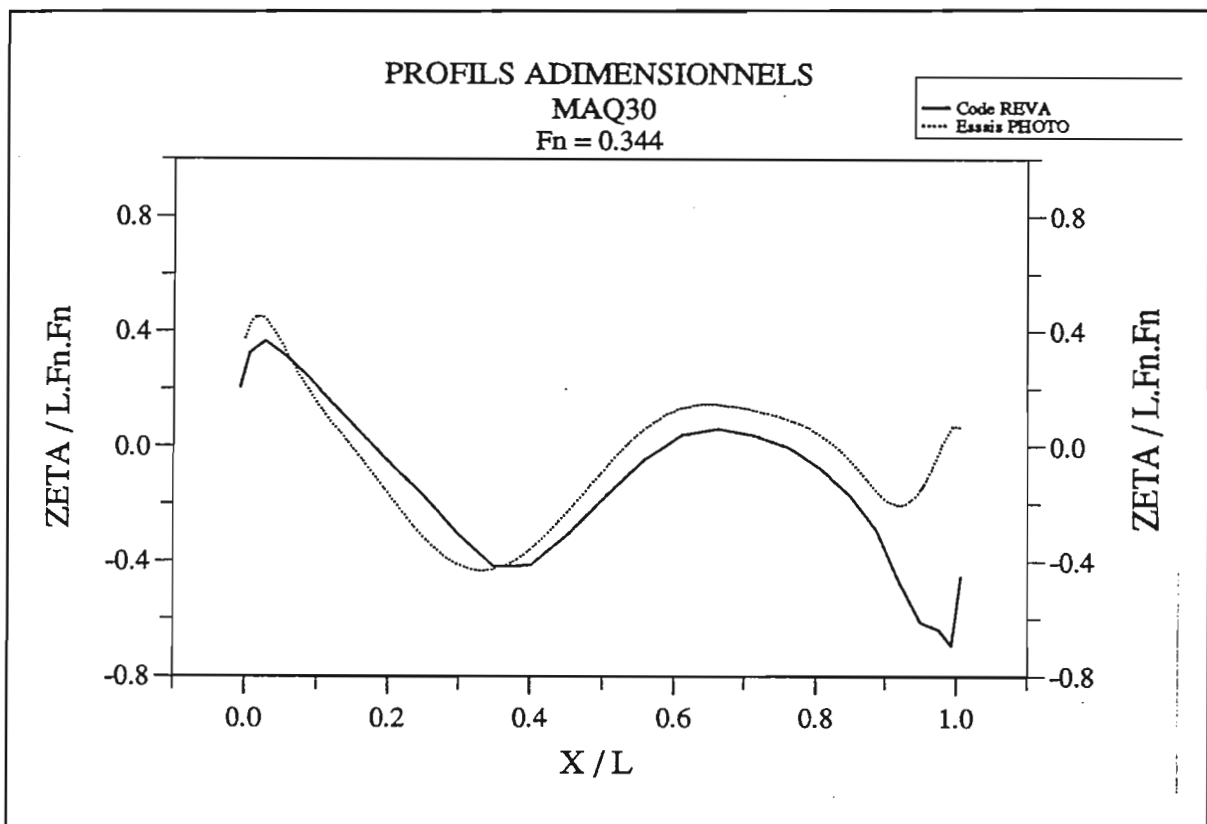


Figure 6.26 : Comparaison des profils adimensionnels pour Maq30 à  $F_n = 0.344$ .

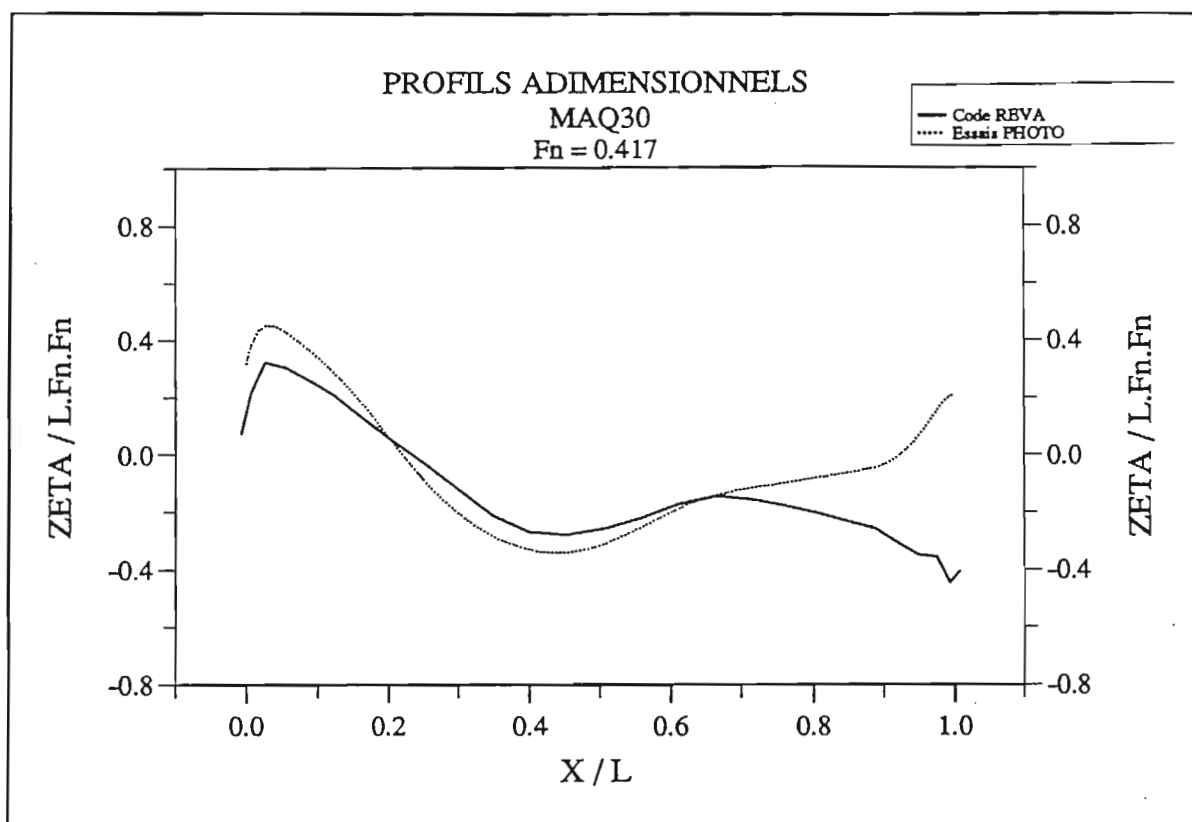


Figure 6.27 : Comparaison des profils adimensionnels pour Maq30 à  $F_n = 0.417$ .

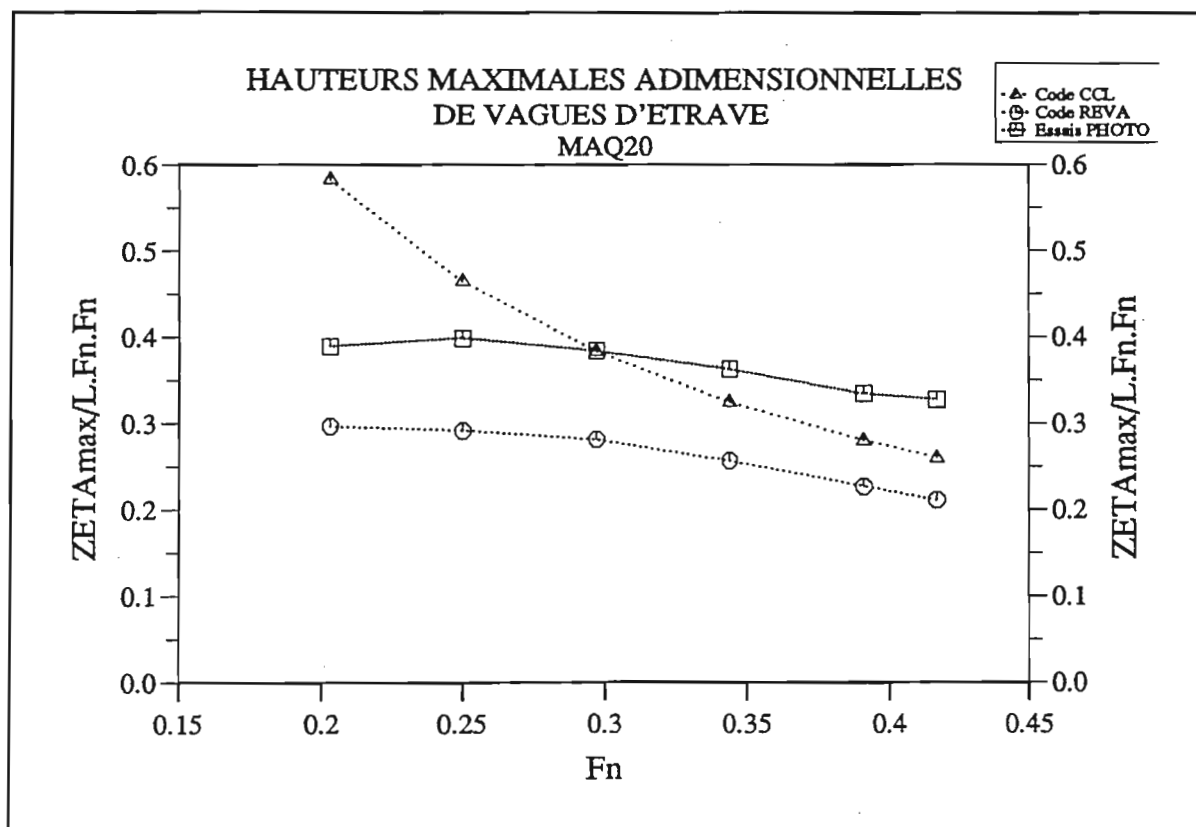


Figure 6.28 : Comparaison des hauteurs maximales adimensionnelles pour Maq20.

Sur la figure 6.28 nous avons tracé les hauteurs maximales adimensionnelles de vagues d'étrave en fonction du nombre de Froude. Les courbes des résultats expérimentaux et des calculs REVA ont la même allure avec une sous-évaluation quasi constante des hauteurs expérimentales par les calculs.

Le code CCL montre ici clairement ses limites puisque la hauteur de vague qui est surévaluée d'environ 50% à faible vitesse est sous évaluée d'environ 25% aux grandes vitesses. De plus l'évolution n'est pas linéaire.

#### **6.4.2 - Profils de vagues le long de la carène de Wigley.**

Comme pour les maquettes  $Maq\alpha$ , le code REVA retrouve les profils expérimentaux sauf au niveau de la première vague dont il sous-évalue systématiquement la hauteur.

Le code CCL donne une vague d'étrave inférieure et légèrement en arrière de celle mesurée à l'Université de Tokyo. La forme du profil est assez proche de celle obtenue avec le code REVA même si les hauteurs sont légèrement supérieures (Figures 6.29 à 6.32) .

Le code CANAL2 donne des profils de vagues dont il est clair sur les courbes 6.29 et 6.30 qu'il ne ressemblent en rien aux résultats ni expérimentaux ni du code REVA.

Les hauteurs déterminées par le code REVA forment une courbe décroissante dont la pente est un peu plus forte que celle de la courbe décrite par les mesures de l'Université de Tokyo. Simplement les résultats du code REVA sont systématiquement plus faibles que ceux des essais (Figure 6.33).

La courbe des résultats du code CCL est quasi linéaire mais surtout on voit que plus le nombre de Froude augmente et plus les résultats numériques sont inférieurs à ceux des essais.

On note la bonne qualité des résultats du code REVA qui, exception de la sous-évaluation de la vague d'étrave, sont très proches de ceux issus des essais.

Le code CCL donne des résultats décevants car, malgré les hypothèses qui visent à mieux cerner le comportement de l'écoulement au voisinage de l'étrave, la hauteur de la vague d'étrave reste inférieure à celle mesurée et de plus, comme pour  $Maq20$ , les écarts sont fortement influencés par la vitesse d'avance.

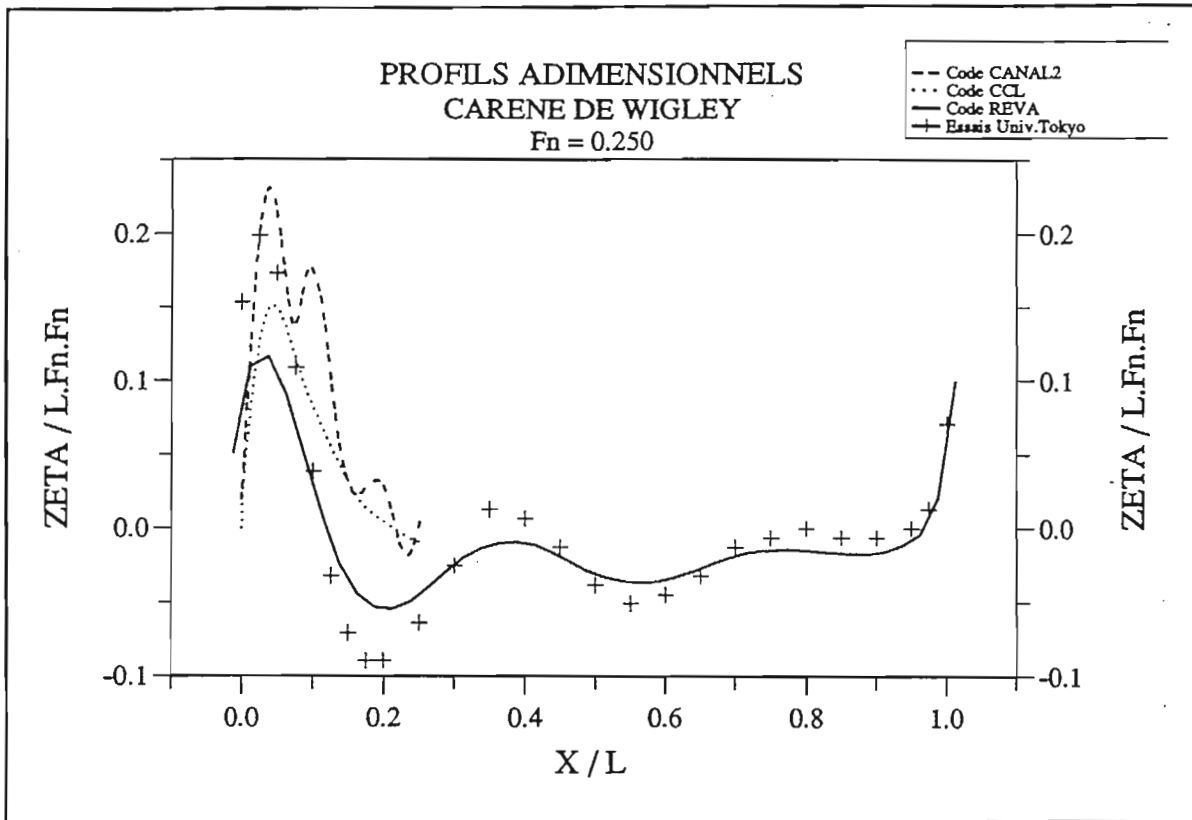


Figure 6.29 : Comparaison des profils adimensionnels pour la carène de Wigley à  $Fn = 0.250$ .

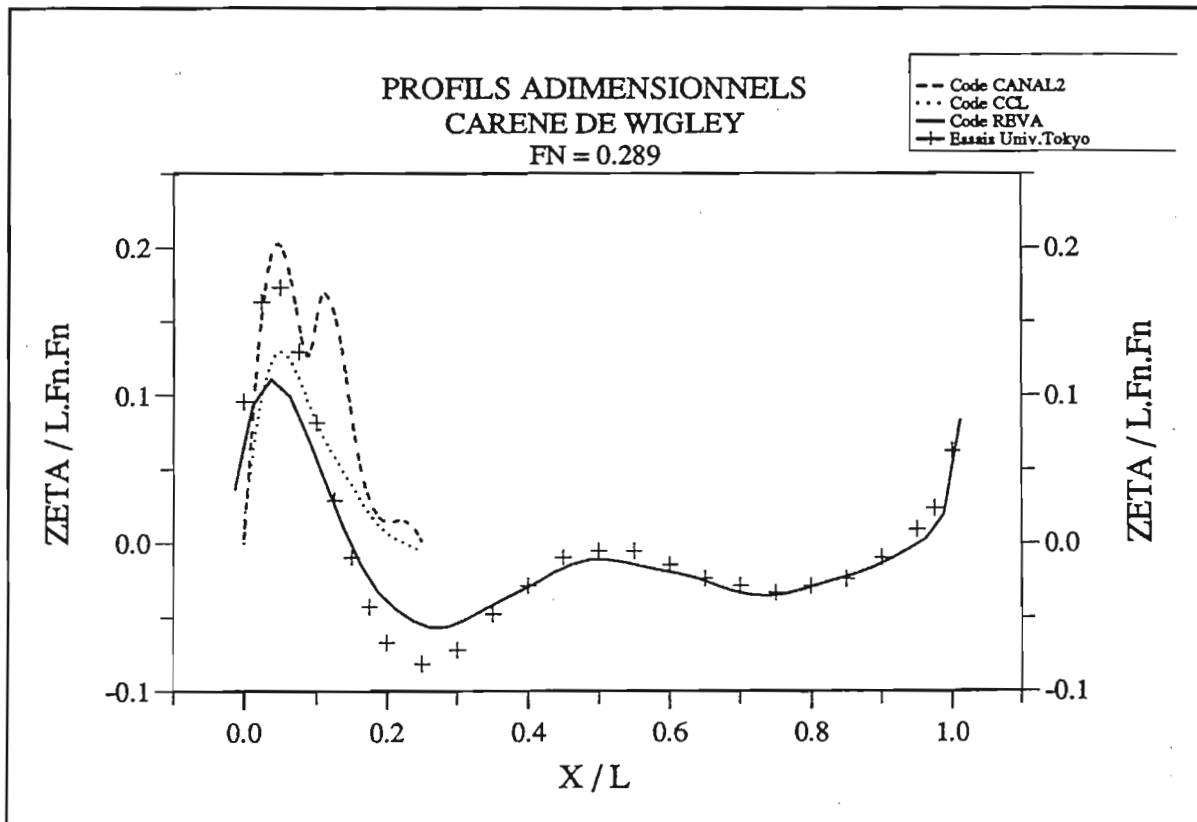


Figure 6.30 : Comparaison des profils adimensionnels pour la carène de Wigley à  $Fn = 0.289$ .

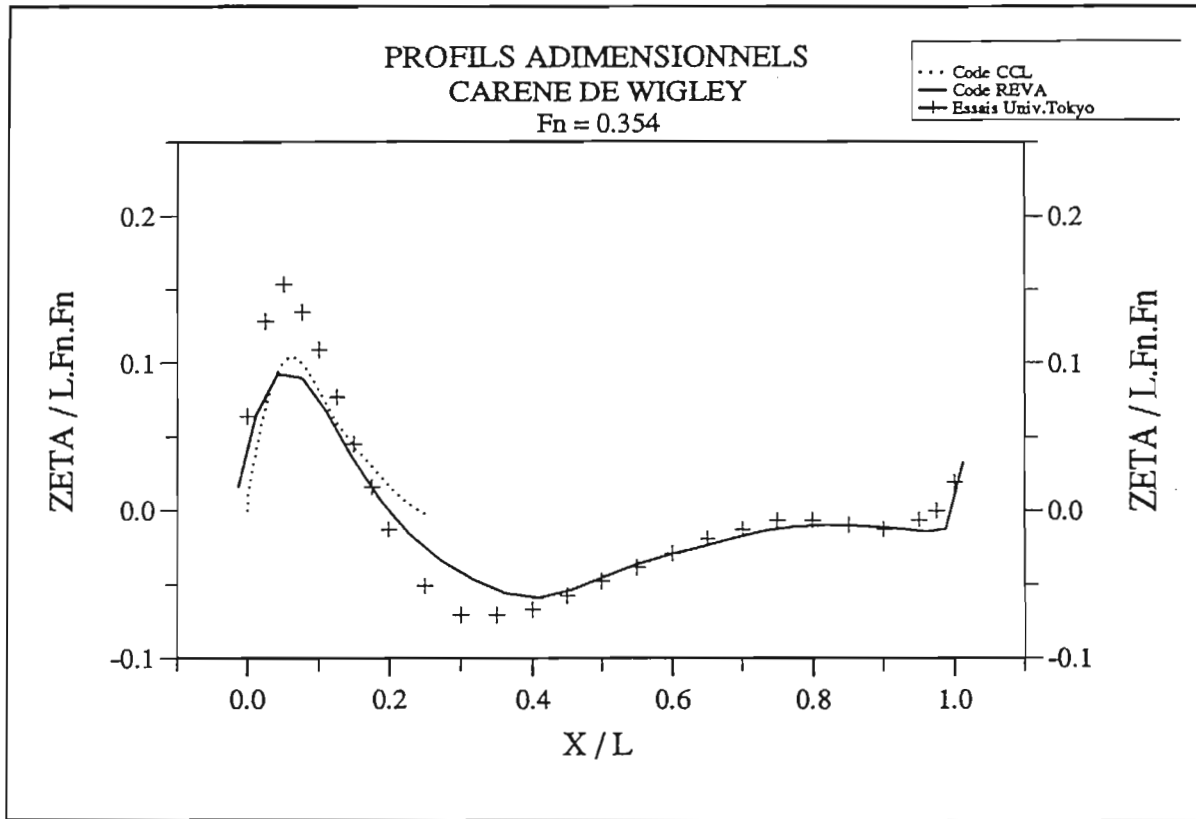


Figure 6.31 : Comparaison des profils adimensionnels pour la carène de Wigley à  $Fn = 0.354$ .

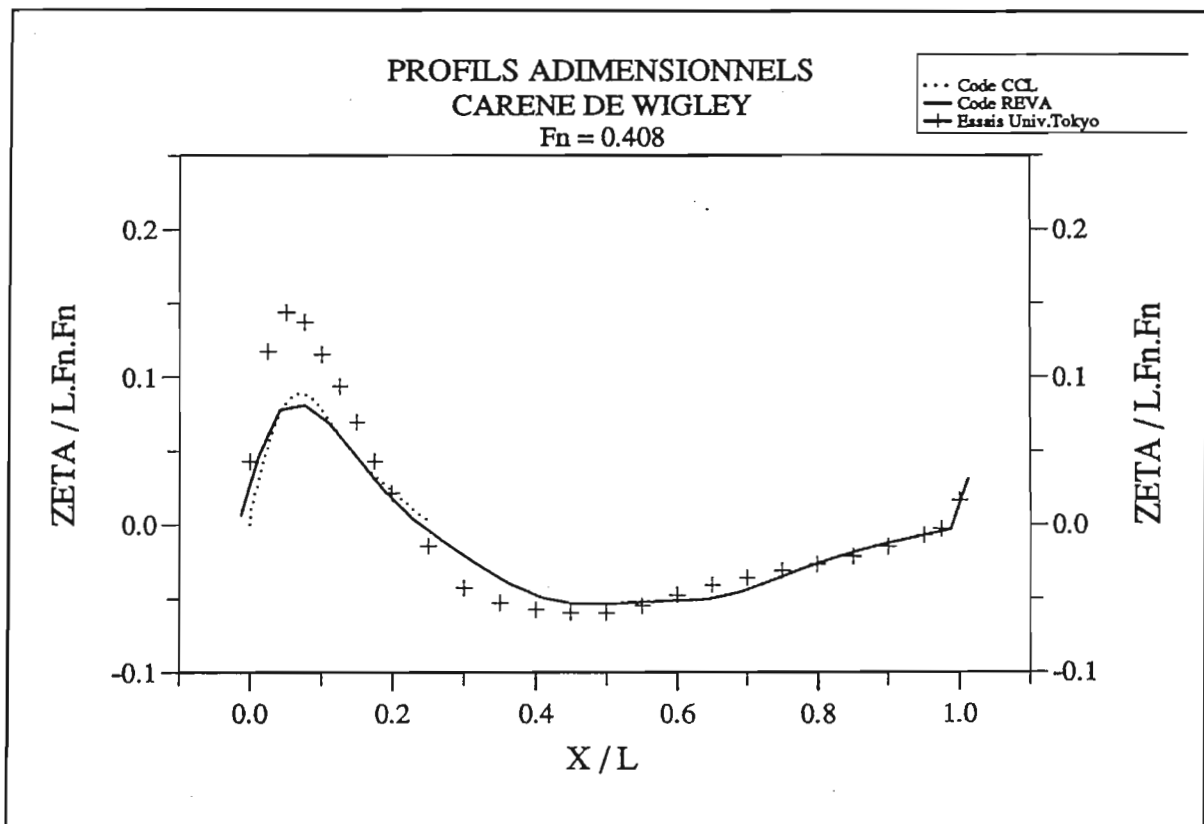


Figure 6.32 : Comparaison des profils adimensionnels pour la carène de Wigley à  $Fn = 0.408$ .

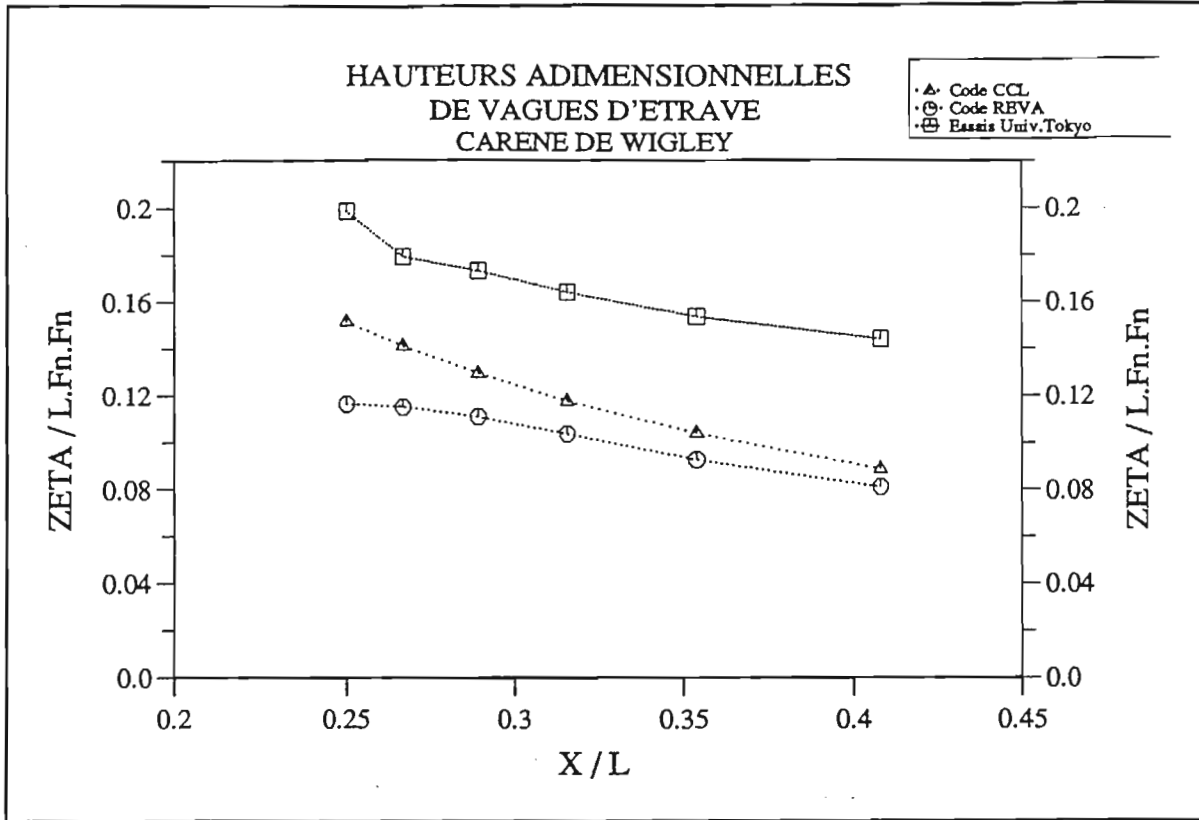


Figure 6.33 : Comparaison des hauteurs maximales adimensionnelles pour la carène de Wigley.



## CONCLUSION

La partie expérimentale de nos travaux nous a amené à définir trois maquettes dont nous avons mesuré la résistance à l'avancement après avoir relevé les profils de vagues.

Deux méthodes ont été utilisées pour cela : une méthode photographique et une méthode limnimétrique. La première méthode est rapide mais ne permet pas de connaître avec précision la position transverse de la vague. La seconde donne avec précision la position des points de mesure dans le plan horizontal mais sa mise en oeuvre est longue et demande quelques précautions.

En pratique la méthode photographique peut avantageusement être mise en oeuvre pour une étude préliminaire des profils de vagues car nous avons vu au chapitre 2 que les écarts entre les deux types de mesures restent faibles pour les nombres de Froude concernés. La méthode limnimétrique ne sera alors utilisée que lorsque la connaissance du champ proche est nécessaire soit que l'on cherche à reconstituer le champ de vagues total soit que l'on veuille connaître avec plus de précision les développements latéraux des vagues.

Nous avons pu également mener une mesure de champ de vagues en couplant les mesures limnimétriques près de la maquette avec des mesures par coupes longitudinales. Nous pouvons ainsi mesurer un champ de vagues complet. Notre méthode nécessite quelques perfectionnements. Il s'agit essentiellement de problèmes matériels tels que la possibilité de mesurer en continu les vagues proches de la maquette et l'accès au sillage.

Il serait intéressant de s'attacher aux mesures dans le sillage car les mesures en arrière du maître bau sont encore rares.

Les essais de traction ont été faits sur des maquettes dont tous les degrés de liberté étaient bloqués. Nous avons pu mesurer les efforts totaux auxquels Maq20 et Maq30 sont soumises. La méthode de mesure est utilisée depuis longtemps au Bassin des Carènes du Laboratoire de Mécanique des Fluides et ailleurs.

L'étude plus précise du rôle du dièdre a permis de confirmer quelques données déjà connues comme l'influence de la forme de l'étrave sur la vague qui s'y forme et sur les efforts. Il est ainsi possible de dire, en première approximation, que la hauteur de vague d'étrave nos trois maquettes est une fonction linéaire de la vitesse d'avance et proportionnelle à  $\sin(2\alpha)$ .

En l'absence de données complémentaires rien ne nous permet d'extrapoler à des formes différentes ni à de très faibles ou à de très grands tirants d'eau.



Après avoir rappelé brièvement le cheminement qui a mené aux modèles actuels de calcul de la résistance de vagues, nous avons développé l'étude des ordres de grandeur. Ceci nous a permis de redéfinir le modèle local proposé par Ogilvie [49]. Nous avons ensuite utilisé ce modèle dans deux méthodes 2D - 1/2.

La modélisation de Calisal et Chan [7], [8] a été mise en oeuvre dans le code CCL avec une condition de surface libre linéarisée. Le profil de vague peut être calculé stricto sensu sur toute la longueur de la maquette mais les résultats n'ont de sens qu'au voisinage de l'étrave. En effet ce code s'appuie sur les hypothèses faites par Ogilvie pour modifier les hypothèses d'ordre de grandeur pour la partie du domaine fluide située au voisinage de l'étrave et qu'il appelle "the bow near field".

Les essais pour mettre au point une version non-linéaire se sont tous heurtés à des problèmes d'instabilité numérique.

La modélisation de Clément [10] a été adaptée pour permettre d'étudier l'écoulement autour d'une carène avec vitesse d'avance. Le code CANAL2 n'est utilisé que pour calculer les déformées de surface libre au voisinage de l'étrave.

Nous avons une nouvelle fois pu constater les capacités du code REVA qui permet de calculer les champs et profils de vagues ainsi que la résistance de vagues. Ces résultats sont généralement proches de ceux obtenus lors des essais.

Le code CCL paraissait très intéressant dans un premier temps car la forme des vagues prises isolément est plausible et ce code est très rapide. Les résultats sur la carène de Wigley peuvent être envisagés comme une première approche de la vague d'étrave calculée par le code REVA. Par contre, pour Maq20, la comparaison avec les résultats expérimentaux et ceux du code REVA montre que les hypothèses retenues dans la modélisation linéaire de Calisal et Chan s'avère totalement inadaptées pour cette forme parabolique avec un bordé vertical et un fond plat.

Les résultats du code CANAL2 ne correspondent pas du tout à ce que nous en attendions après les essais sur le mât Wigley présentés par Clément en 1991. De plus ce code nécessite de très longs temps de calcul.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] E.BABA :  
" Analysis of bow near field of flat ships."  
Journal of Society of Naval Arch. of Japan, Vol 135, pp 25 - 37, 1974.
- [2] E.BABA :  
" Blunt bow forms and wave breaking."  
1rst Ship Techno. and Research Symp., Washington, pp 1 - 10, 1975.
- [3] E.BABA - K.TAKEKUMA :  
" A study on free surface flow around bow of slowly moving full forms."  
Journal of Society of Naval Arch. of Japan, Vol 137, pp 183 - 192, 1975.
- [4] E.BABA - K.TAKEKUMA :  
" A study on flow characteristics around bow of full forms."  
14th ITTC, Ottawa, pp 1 - 10, 1975.
- [5] R.BRARD :  
" The representation of a given ship form by singularity distributions when the boundary condition on the free surface is linearized."  
Journal of Ship Research, Vol 16, No 1, pp 79 - 92, 1972.
- [6] R.BRARD :  
" Hydrodynamique navale."  
Cours de la Section Spéciale d'Hydrodynamique Navale Avancée, Nantes, 1973.
- [7] J.L.K.CHAN :  
" Numerical procedure for potential flow problems with a free surface."  
Thesis of Ph.D., University of British Columbia, 1987.
- [8] S.M. CALISAL - J.L.K. CHAN :  
" A numerical modeling of ship bow waves."  
Journal of Ship Research, Vol 33, No 1, pp 21 - 28, 1989.
- [9] R.B. CHAPMAN :  
" Free surface effects for yawed piercing plates."  
Journal of Ship Research, Vol 20, No 3, pp 125 - 136, 1976.
- [10] A.CLEMENT :  
" Exemples de simulations d'écoulements instationnaires non-linéaires à surface libre par la méthode mixte Euler-Lagrange."  
3èmes Journées de l'Hydrodynamique, Grenoble, pp 69 - 83, 1991.
- [11] C.W.DAWSON :  
" A practical computer method for solving ship wave problem."  
2nd International Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics, Berkeley, pp 30 - 38, 1977.
- [12] G.DELHOMMEAU :  
" Contribution à l'étude théorique et à la résolution numérique du problème de la résistance de vagues."  
Thèse de docteur-ingénieur, E.N.S.M., Nantes, 1978.
- [13] G.DELHOMMEAU :  
" Les problèmes de diffraction-radiation et de résistance de vagues : étude théorique et résolution numérique par la méthode des singularités."  
Thèse de doctorat ès Sciences, E.N.S.M., Nantes, 1987.

- [14] F.X.DUMÉZ :  
" Décomposition de la résistance à l'avancement des navires."  
Rapport DRET 91/1053, Val de Rueil, France 1993.
- [15] K.W.H.EGGERS - S.D.SHARMA - L.W.WARD :  
" An assessment of some experimental methods for determining the wave making characteristics of a ship form."  
SNAME, Vol 75, pp 112 - 157, 1967.
- [16] M.J.FRITTS - M.J.MEINHOLD - C.H.VON KERCZEK :  
" The calculation of non linear bow waves."  
17th Symp. on Naval Hydro., La Hague, pp 485 - 497, 1988.
- [17] T.FUWA - N.HIRATA - T.HINO :  
" A fundamental study on a flow field around a submerged body of revolution with surface piercing struts."  
Proceedings from the first International Conference on Fast Sea Transportation, Trondheim, Norway, pp 53 - 68, 1991.
- [18] G.E.GADD :  
" A method of computing the flow and surface wave pattern around full forms."  
The Royal Institution of Naval Architects, Vol 118, pp 207 - 219, 1975.
- [19] M.A.GROSENBAUGH - R.W.YEUNG :  
" Non linear bow flows: an experimental and theoretical investigation."  
17th Symp. on Naval Hydro., La Hague, pp 49 - 67, 1988.
- [20] R.GUILLOTON :  
" Complément sur le potentiel linéarisé avec surface libre appliqué à l'étude des carènes."  
Bulletin de l'A.T.M.A. No 55, Paris, 1956.
- [21] R.GUILLOTON :  
" L'étude théorique du bateau en fluide parfait."  
Bulletin de l'A.T.M.A. No 64, Paris, 1964.
- [22] T.HINO :  
" Numerical simulation of a viscous flow with a free surface around a ship model."  
Journal of the Society of Naval Arch. of Japan, Vol 161, 1987.
- [23] M.H.HIRATA  
" The flow near the bow of a steadily turning ship."  
Journal of Fluid Mechanics, Vol 71, pp 283 - 291, 1975.
- [24] T.T.HUANG - C.H.VON KERCZEK :  
" Shear stress and pressure distribution on a surface ship model: theory and experiment."  
9th Symp. on Naval Hydro., Paris, pp 1963 - 2011, 1972.
- [25] 17th INTERNATIONAL TOWING TANK CONFERENCE.  
" Report of the resistance committee."  
Goteborg, 1984.
- [26] Y.KAYO :  
" Observations of free surface shear flow and its relation to bow waves breaking on full forms."  
Proceeding of continued workshop on ship wave resistance computation held Izu Shuzenji, Japan, pp 127 - 137, 1981.

- [27] Y.KAYO :  
" Observation of free surface phenomenon around the bow of a full form."  
BMT 56140
- [28] Y.KAYO - K.TAKEKUMA :  
" On the free surface shear flow related to bow waves breaking of full ship models."  
Journal of Society of Naval Arch. of Japan, Vol 149, pp 11 - 20 1981.
- [29] Y.KAYO - K.TAKEKUMA :  
" Shear layer and secondary vortical flow beneath free surface around bow  
of full form ship models."  
West Japan Society of Naval Architects, No 65, pp 17 - 25, 1983.
- [30] Y.KAYO - K.TAKEKUMA - K.EGGERS - S.D.SHARMA :  
" Observations of free surface shear flow and its relation to bow waves  
breaking on full forms."  
Institut fur Schiffbau der Universitat Hamburg, I.F.S.-Berich No 420, pp 642 - 646, 1982.
- [31] F.LARRARTE :  
" Etude des vagues d'étrave."  
Diplôme d'Etudes Approfondies, E.N.S.M., Nantes, 1990.
- [32] W.T.LINDENMUTH - T.J.RATCLIFFE - A.M.REED :  
" Comparative accuracy of numerical Kelvin wake code predictions - "Wake off."  
Rapport D.T.N.S.R.D.C. n°91/004, Bethesda, Maryland, 1991.
- [33] H.MARUO - M.IKEHATA :  
" Some discussions on the free surface flow around the bow."  
16th Symp. on Naval Hydro., Berkeley, pp 65 - 77, 1986.
- [34] H.MARUO - S.OGIWARA :  
" A method of computation for steady ship-waves with non linear  
free surface conditions."  
4th Intern. Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics, Washington, pp 218 - 233, 1985.
- [35] H.MIYATA - A.SUZUKI - H.KAJITANI :  
" Numerical explanation of non linear non dispersive waves around bow."  
3th International Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics, Paris, pp 37 - 54, 1981.
- [36] H.MIYATA - A.MASUKO - H.KAJITANI - K.AOKI :  
" Characteristics of free surface shock waves around wedge model."  
Journal of Society of Naval Arch. of Japan, No 151, pp 1 - 14, 1981.
- [37] H.MIYATA - H.KAJITANI - S.IWASE - K.ICHIZU - H.TOMINAGA -  
Y.TSUCHIYA :  
" Resistance reduction by a horizontal-bow-fin and a movable bulb."  
Journal of Society of Naval Arch. of Japan, No 191, pp 17 - 30, 1983.
- [38] H.MIYATA - T.INUI  
" Nonlinear ship waves."  
Advances in Applied Mechanics, Vol 24, 1984.
- [39] H.MIYATA - S.NISHIMURA - H.KAJITANI :  
" Finite difference simulation on non-breaking 3-D bow waves and breaking  
2-D bow waves."  
4th Intern. Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics, Washington, pp 259 - 292, 1985.
- [40] H.MIYATA - S.NISHIMURA :  
" Finite difference simulation of nonlinear ship waves."

- Journal of Fluid Mechanics, Vol 157, pp 327 - 357, 1985.
- [41] H.MIYATA :  
" Finite-difference simulation of breaking waves."  
Journal of Computational Physics, Vol 65, pp 179 - 214, 1986.
- [42] H.MIYATA - T.SATO - N.BABA :  
" Difference solution of viscous flow with free surface wave about an advancing ship."  
Journal of Computational Physics, Vol 72, pp 393 - 421, 1987.
- [43] H.MIYATA - M.KANAI- N.NOSHIYASU - Y.FURUNO :  
" Diffraction waves about an advancing wedge model in deep water."  
Journal of Ship Research, Vol 34, pp 105 - 122, 1990.
- [44] K.MORI :  
" Necklace vortex and bow waves around blunt bodies."  
15th Symp. on Naval Hydro., Hamburg, pp 9 - 20, 1985.
- [45] J.N.NEWMANN :  
" The determination of wave resistance from wave measurements along a parallel cut."  
Intern. Seminar on Theoretical Wave Resistance, Ann Arbor, Michigan, pp 353 - 379, 1963.
- [46] F.NOBLASSE - C.Y.CHEN :  
" Comparison between theoretical predictions of wave-resistance and experimental data for the Wigley Hull."  
Journal of Ship Research, Vol 27, No 4, pp 215 - 226, 1983.
- [47] F.NOBLASSE - D.M.HENDRIX - L.KAHN :  
" Nonlinear local analysis of steady flow about a ship."  
Journal of Ship Research, Vol 35, No 4, pp 288 - 294, 1991.
- [48] T.F.OGILVIE :  
" Wave resistance: the low speed limit."  
Univ of Michigan, college of eng, Dept.of Naval Arch. and Marine Eng., 1968.
- [49] T.F.OGILVIE :  
" The waves generated by a fine ship bow."  
9th Symp. on Naval Hydro., Paris, 1972.
- [50] S.D.SHARMA :  
" An attempted application of wave analysis techniques to achieve bow wave reduction."  
6th Symp. on Naval Hydro., Washington, pp 731 - 773, 1966.
- [51] K.TAKEKUMA :  
" Study on the non linear free surface problem around bow."  
Journal of Society of Naval Arch.of Japan, Vol 132, pp 1 - 9, 1972.
- [52] K.TAKEKUMA - K.EGGERS :  
" Effects of bow shape on free surface shear flow."  
15th Symp. on Naval Hydro, Hamburg, pp 18 - 31, 1985.
- [53] W.C.S.WIGLEY :  
" L'état actuel des calculs de résistance de vagues."  
Bulletin de l'A.T.M.A. No 48, Paris, 1949.